INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA
DIVISÃO DE ENGENHARIA ELETRÔNICA
EMO –08 ELETROMAGNETISMO 2
2004

Ementa: Diagrama de Smith e aplicações: casamento com tocos duplo e triplo. Casamento faixa larga. Modos de transmissão TE e TM. Conceituação de tensão, corrente, impedância e constante de propagação. Guias de Ondas retangulares, circulares e coaxiais. Guias de ondas superficiais, dielétricos e fibras ópticas. Relações energéticas em sistemas de transmissão. Cavidades ressonantes. Elementos de circuito para sistemas de transmissão. Junções em microondas. Métodos matriciais de representação.

Bibliografia

- Ramo, S et al, *Fields and waves in Communication electronics*, 3rd edition, John Wiley, New York, 1994;

- Collin, R.E., *Foundations for microwave engineering*, 2nd edition, McGraw-Hill, New York, 1992.

- Pozar, D.M., *Microwave Engineering*, Addison-Wesley, Reading,1990.

- Diniz, A. B. e Freire, G.F.O., *Ondas Eletromagnéticas*, Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda, Rio de Janeiro, 1973.

Avaliação

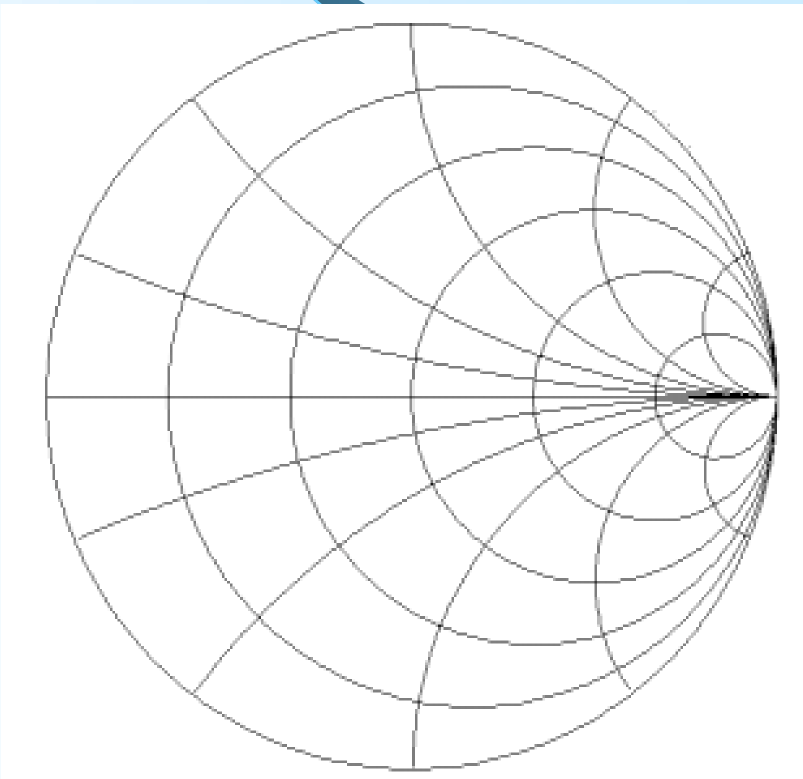
- 2 provas Bimestrais – 65% da nota;
- Laboratório – 35% da nota;
- Possibilidade de prova chance substituindo a menor nota da prova, sendo uma prova chance por bimestre.
- As listas de exercício são importantes para a preparação para a prova, não serão objeto de avaliação.

Informações Úteis

- Sala do Professor : 208
- Telefone: 39475992
- Email: fpires@ele.ita.br
- Homepage: www.ele.ita.br/~fpires

Diagrama de Smith

- Concebida por Phillip H Smith, possibilita a representação gráfica, através de uma transformação bilinear, de todas as impedâncias passivas em um círculo de raio infinito.



Demonstração

- A onda de tensão em uma linha de transmissão pode ser escrita como:

$$V(x) = V^{+}e^{+\gamma.x} + V^{-}e^{-\gamma.x} = V^{+}e^{+\gamma.x} + \Gamma_L V^{+}e^{-\gamma.x} =$$

$$= V^{+}e^{+\gamma.x}(1 + \Gamma_L e^{-2.\gamma.x})$$

- Já a onda de corrente pode ser escrita como:

$$I(x) = I^{+}e^{+\gamma.x} - I^{-}e^{-\gamma.x}$$

- A corrente e a tensão se relacionam através da impedância característica da linha de transmissão, tal que:

$$I^+ = \frac{V^+}{Z_0} \text{ e } I^- = \frac{V^-}{Z_0}$$

- Portanto, tem-se que:

$$I(x) = \frac{V^+}{Z_0}\mathrm{e}^{+\gamma.\mathrm{x}} - \frac{V^-}{Z_0}\mathrm{e}^{-\gamma.\mathrm{x}} = \frac{V^+}{Z_0}\mathrm{e}^{+\gamma.\mathrm{x}}\left(1-\Gamma_L e^{-2.\gamma.x}\right)$$

- Assim, a impedância em função da posição é dada por:

$$Z(x) = \frac{V(x)}{I(x)} = \frac{V^+\mathrm{e}^{+\gamma.\mathrm{x}}\left(1+\Gamma_L e^{-2.\gamma.x}\right)}{\frac{V^+}{Z_0}\mathrm{e}^{+\gamma.\mathrm{x}}\left(1-\Gamma_L e^{-2.\gamma.x}\right)} = Z_0\frac{\left(1+\Gamma_L e^{-2.\gamma.x}\right)}{\left(1-\Gamma_L e^{-2.\gamma.x}\right)}$$

- Para uma linha de transmissão sem perdas, a constante de propagação γ é complexa, tal que:

$$\gamma = j.\beta \text{ e } \beta = \frac{2\pi}{\lambda}$$

- Desta forma, a impedância normalizada em função da posição z(x) é dada por:

$$z(x) = \frac{\left(1+\Gamma_L e^{-j.2.\beta.x}\right)}{\left(1-\Gamma_L e^{-j2.\beta.x}\right)}$$

- O coeficiente de reflexão Γ_L é complexo e pode ser representado por:

$$\Gamma_L = |\Gamma_L| e^{-j.\phi_L} = |\Gamma_L| \left[\cos(\phi_L) - j.\sin(\phi_L)\right]$$

- Substituindo a expressão para o coeficiente de reflexão, na expressão da impedância de carga normalizada, tem-se que:

$$z(x)=\frac{\left(1+\left|\Gamma_L\right|\left[\cos(\phi_L-2.\beta.x)+j\sin(\phi_L-2.\beta.x)\right]\right)}{\left(1-\left|\Gamma_L\right|\left[\cos(\phi_L-2.\beta.x)+j\sin(\phi_L-2.\beta.x)\right]\right)}$$

- Separando a parte real e a parte imaginária, tem-se que:

$$z(x)=\frac{\left(1+\left|\Gamma_L\right|\right)^2}{1-2\left|\Gamma_L\right|\cos(\theta)+\left|\Gamma_L\right|^2}+j\frac{1+2\left|\Gamma_L\right|\sin(\theta)}{1-2\left|\Gamma_L\right|\cos(\theta)+\left|\Gamma_L\right|^2}$$

- Onde $\cos(\theta)=\phi_L-2.\beta.x$

- Definindo no plano complexo um sistema de coordenadas, tal que a coordenada e a abcissa sejam respectivamente as partes real e imaginária do coeficiente de reflexão, tem-se que:

$$\xi = |\Gamma_L| \cos\theta$$

$$\eta = |\Gamma_L| sen\theta$$

- As partes real (r) e imaginária (x) da impedância normalizada ficam igual a:

$$r = \frac{1 - \xi^2 - \eta^2}{1 + \xi^2 + \eta^2 - 2.\xi} \qquad \mathrm{x} = \frac{\eta^2}{1 + \xi^2 + \eta^2 - 2.\xi}$$

- Rearranjando os termos da parte real e da parte imaginária, tem-se que:

$$\left(\xi - \frac{r}{r+1}\right)^2 + \eta^2 = \left(\frac{1}{r+1}\right)^2 \quad ; (\xi - 1)^2 + \left(\eta - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(\frac{1}{x}\right)^2$$

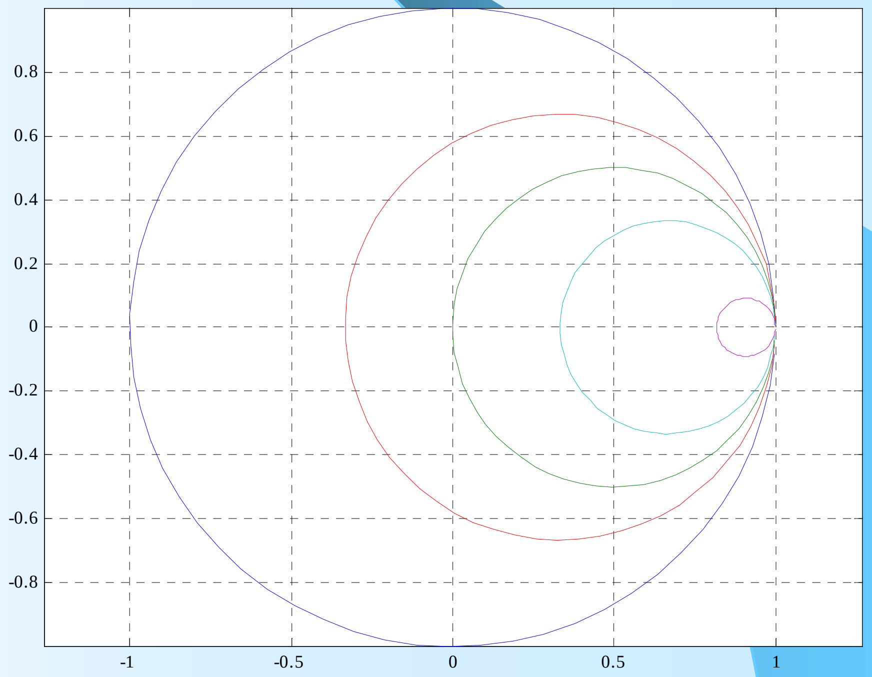
- A primeira equação diz respeito à parte real da impedância normalizada e a segunda diz respeito à parte imaginária da impedância normalizada.

Parte Real da Impedância

- A equação da parte real da impedância normalizada:

$$\left(\xi - \frac{r}{r+1}\right)^2 + \eta^2 = \left(\frac{1}{r+1}\right)^2$$

- É na verdade uma circunferência centrada em $\left(\frac{r}{r+1},0\right)$ e com raio $\frac{1}{r+1}$

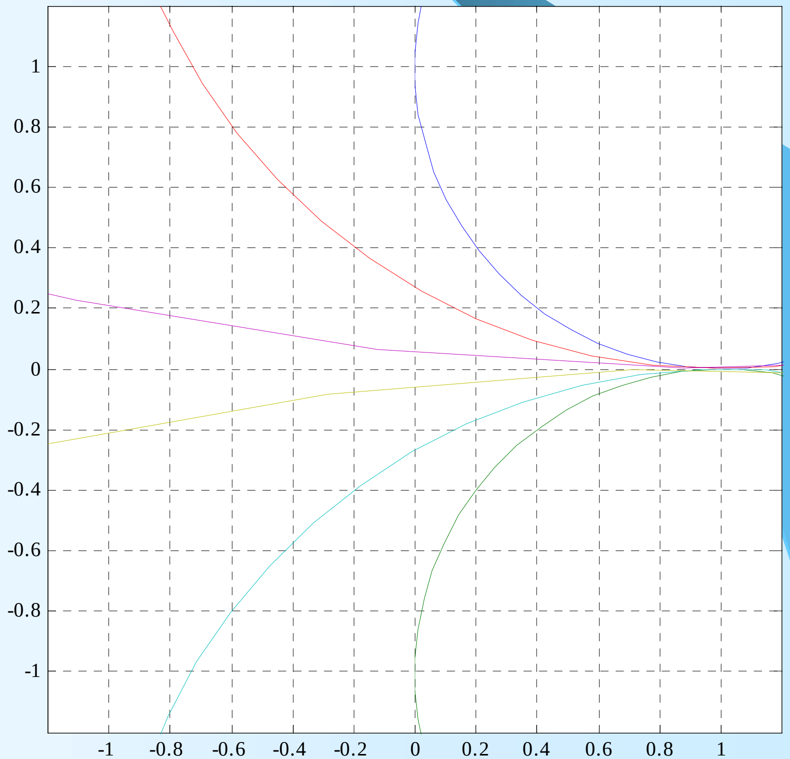


Parte Imaginária da Impedância

- A equação da parte real da impedância normalizada:

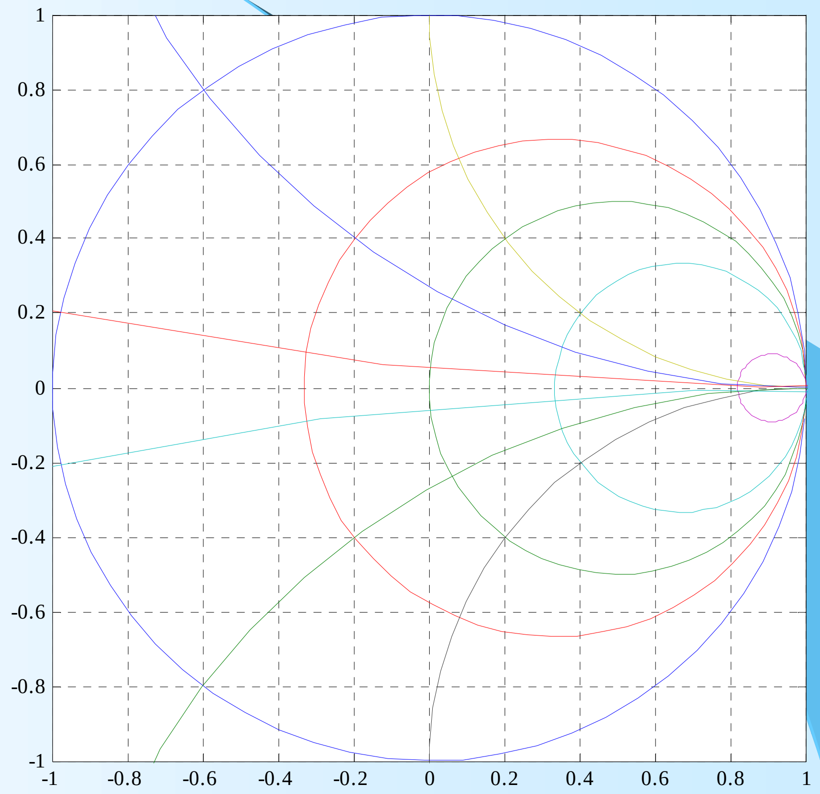
$$(\xi-1)^2+\left(\eta-\frac{1}{x}\right)^2=\left(\frac{1}{x}\right)^2$$

- É na verdade uma circunferência centrada em $(1,\frac{1}{x})$ e com raio $\frac{1}{x}$



Carta de Smith

- A superposição das partes real e imaginária da impedância complexa normalizada pode ser vista na figura ao lado.



- Essa figura constitui a carta de Smith.

Propriedades da Carta de Smith

- a) O lugar geométrico das resistências puras encontra-se no eixo ξ e quando $x \Rightarrow \infty$, a impedância tende ao ponto $\xi = 1$ e $\eta = 0$
- b) O círculo de ρ constante está centrado em $\xi = 0$ e $\eta = 0$.
- c) O centro da carta de Smith corresponde ao LG da impedância normalizada ($z = 1$ ou $\Gamma = 0$)

Propriedades da Carta de Smith

- d) A parte superior corresponde às impedâncias indutivas e a inferior às impedâncias capacitivas.
- e) Os máximos de tensão encontram-se em $r = \rho$ e o mínimo em $r = 1/\rho$.
- f) Cada volta na carta de Smith corresponde a uma volta de $\lambda/2$ na carta.

Propriedades da Carta de Smith

- g) Em direção à carga, caminha-se no sentido anti-horário, enquanto que no sentido horário caminha-se na direção do gerador.
- h) A carta de impedância pode ser utilizada como carta de admitância que é o simétrico da carta de impedância.

Problemas que podem ser resolvidos com a Carta de Smith

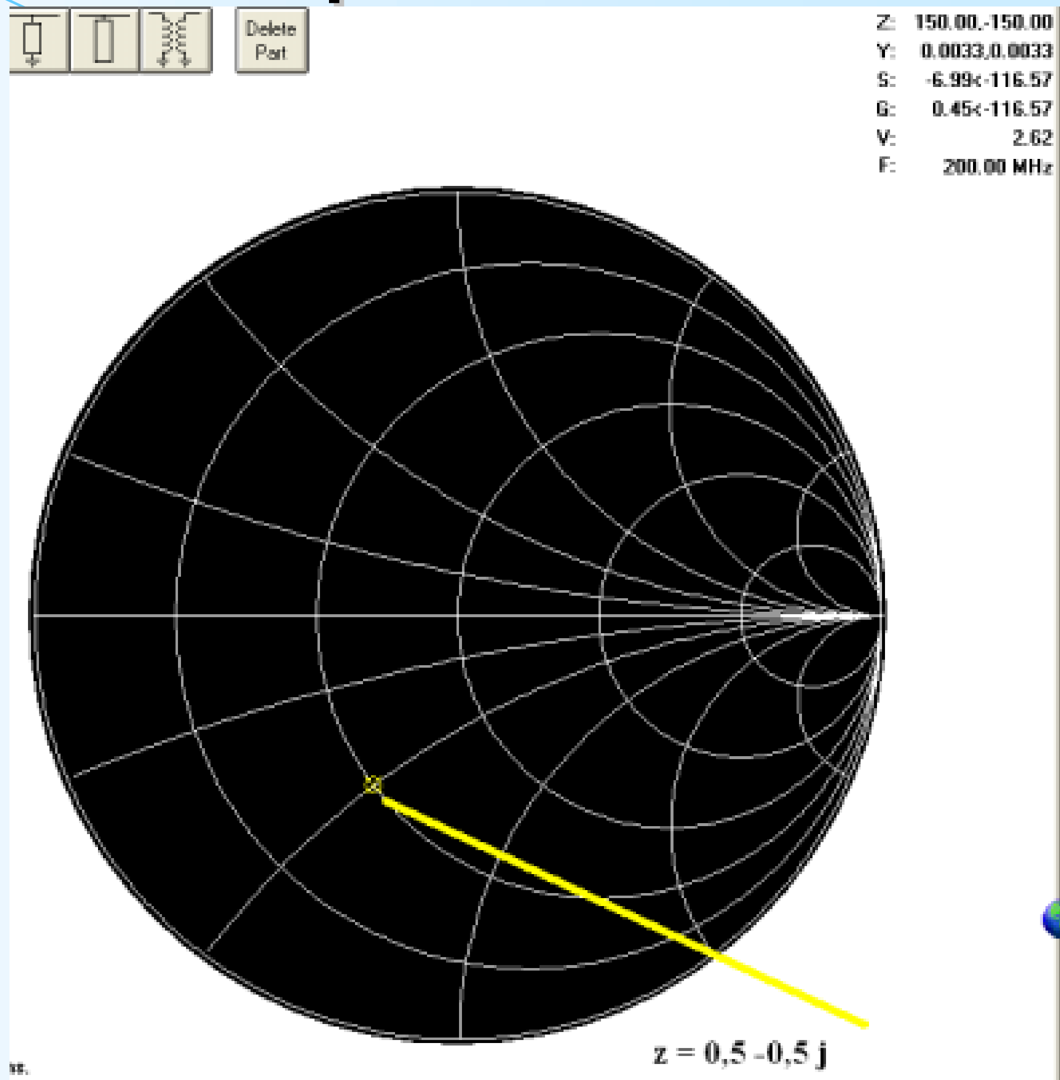
- Determinação das ondas de tensão e corrente normalizadas.
- Determinar a impedância a partir da admitância e vice-versa;
- Determinar Impedância de entrada e a impedância ao longo da linha.
- Casamentos de impedância.

Exemplos de utilização da Carta de Smith

- Exemplo 1: Se um indutor de 80 nH for adicionado à entrada de um dispositivo com uma única porta, cujo coeficiente de reflexão é $\Gamma_1 = 0{,}45\angle -117^0$, qual será a impedância do conjunto (indutor+dispositivo), na freqüência de 200 MHz? Utilize Z_0 = 300 Ω.

Solução – Exemplo 1.

- Na carta de Smith, obtém-se o ponto correspondente ao coeficiente de reflexão dado, o que nos dá o ponto de impedância: z = 0,5 –0,5 j



Solução – Exemplo 1

- Na freqüência dada no problema, a reatância normalizada do indutor é dada por:

$$j.x_L = \frac{j.2.\pi.200.10^6.80.10^{-9}}{300} = 0,33\,j$$

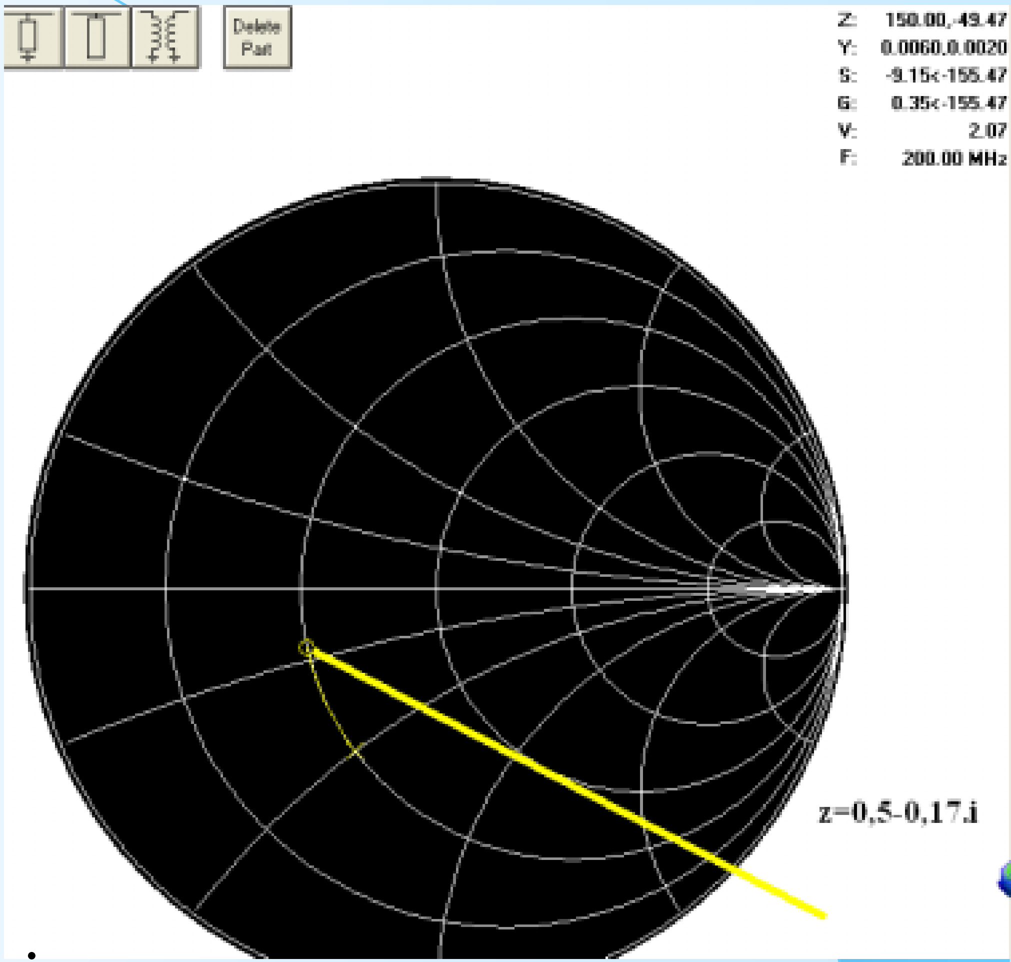
- Como a reatância não altera a parte real da impedância, caminha-se no círculo de resistência normalizada igual a 0,5 até o ponto:

$$x = \left(-0,5 + 0,33\right)j = -0,17\,j$$

Solução – Exemplo 1

- A solução pode ser vista na figura ao lado. z=0,5-0,17.j

- Para desnormalizar a impedância, basta multiplicá-la pela impedância de normalização:



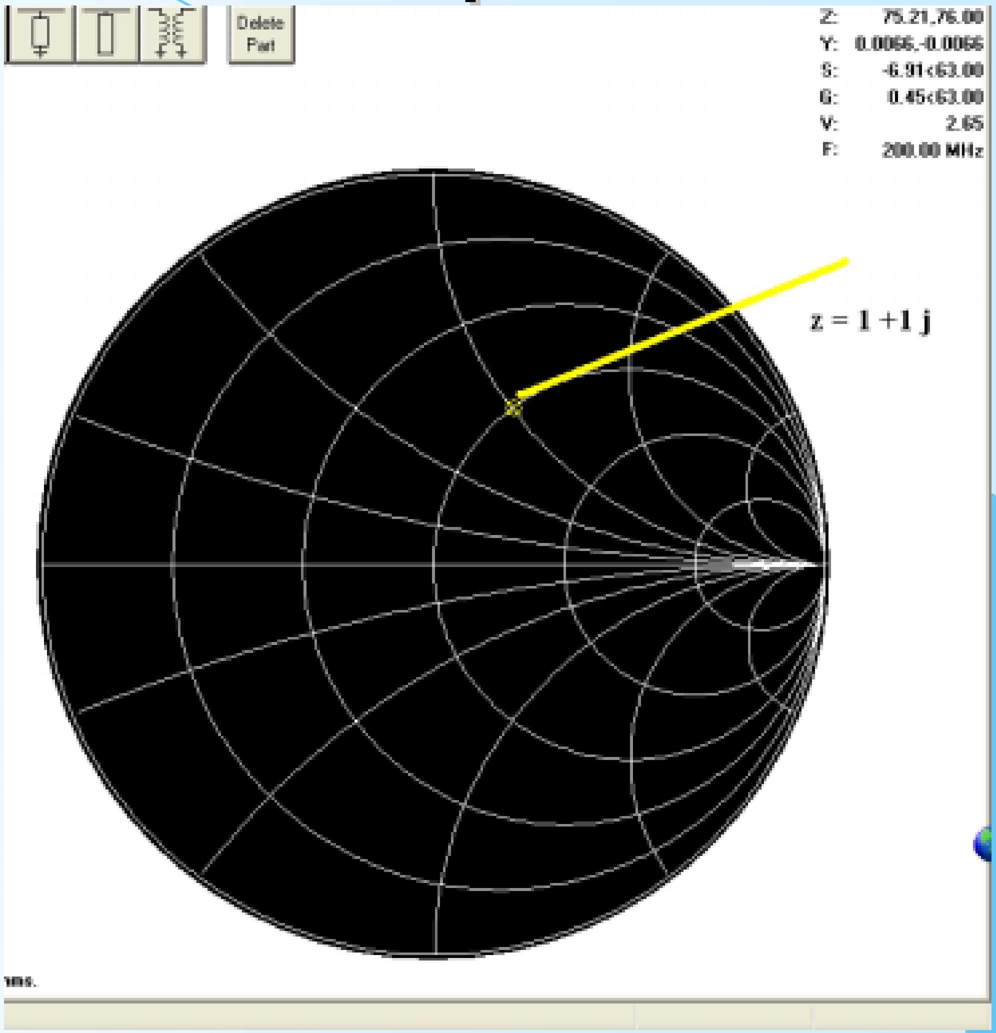
$$z = 300(0{,}5 - 0{,}17.j) = 150 - 51j$$

Exemplo 2

- Exemplo 2: Se um resistor de 200 Ω for adicionado em série à entrada de um dispositivo com uma única porta, cujo coeficiente de reflexão é $\Gamma_1 = 0{,}45\angle 63^0$, qual será a impedância do conjunto (resistor + dispositivo) na freqüência de 200 MHz? Utilize Z_0 = 75 Ω, como impedância de normalização.

Solução – Exemplo 2

- Novamente, o primeiro passo é a determinação da impedância normalizada na Carta de Smith.



Solução – Exemplo 2

- A resistência normalizada é dada por:

$$r = \frac{100}{75} = 1{,}33\,\Omega$$

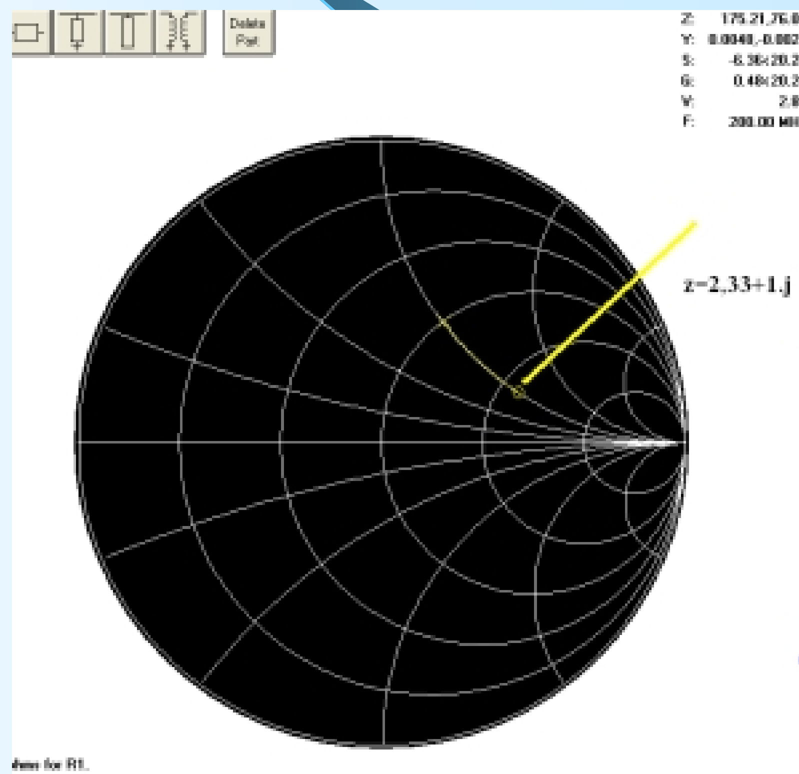
- Portanto, a parte complexa da impedância não é alterada, devendo-se caminhar no arco de reatância unitária até o ponto:

$$z = (1 + 1{,}33) + 1j = 2{,}33 + 1.j$$

Solução – Exemplo 2

- A solução pode ser observada no figura ao lado.
- Para desnormalizar a impedância, basta multiplicá-la pela impedância de normalização:

$$z = 75(2{,}33 + 1.j) = 175 + 75j$$

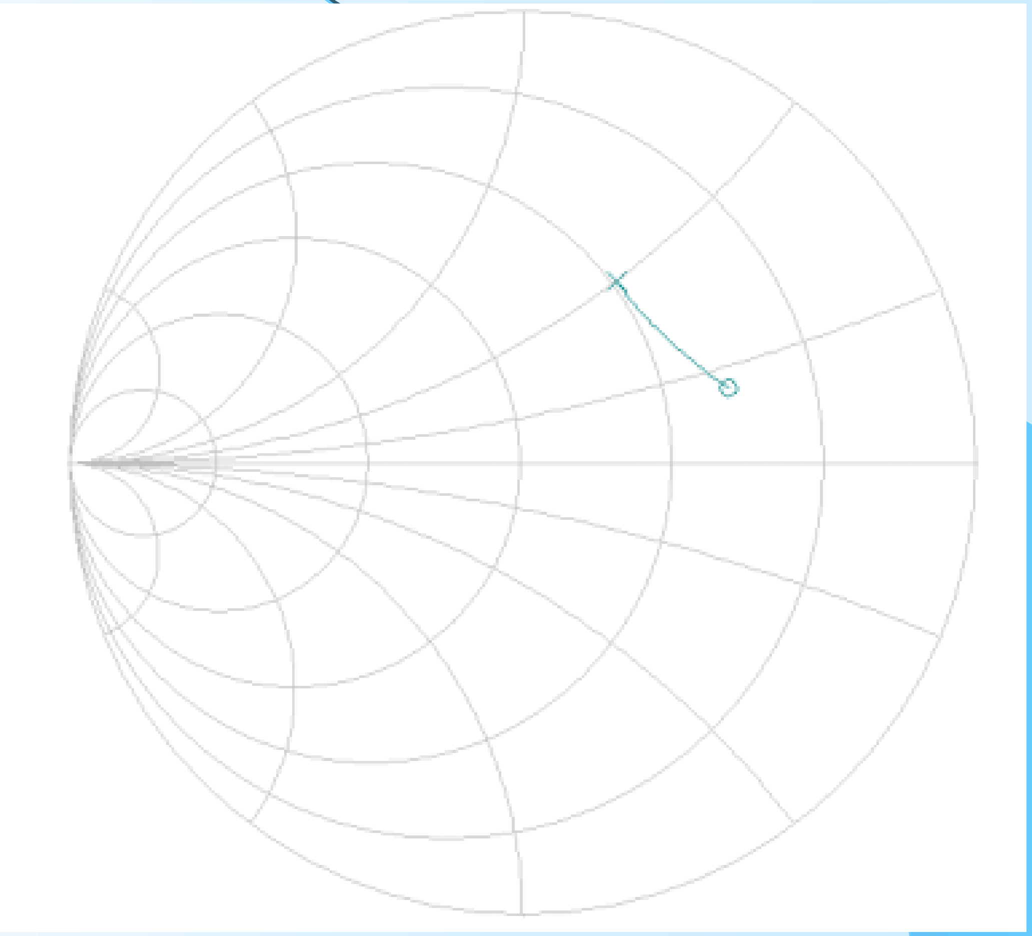


Cartas de Admitância.

- Circuitos em paralelo são mais fáceis de se analizar utilizando as cartas de admitância, pois em paralelo as admitâncias se somam.
- A partir de uma impedância, basta girar 180 graus no círculo de ρ constante para a obtenção da admitância.
- A admitância pode ser obtida na carta de Smith, como sendo o simétrico da representação das impedâncias.

Cartas de Admitância.

- A representação das cartas de admitância pode ser vista na figura ao lado.
- O procedimento utilizado é o mesmo, exceto que susceptâncias indutivas encontram-se na parte inferior da carta de Smith e as capacitivas na parte superior.



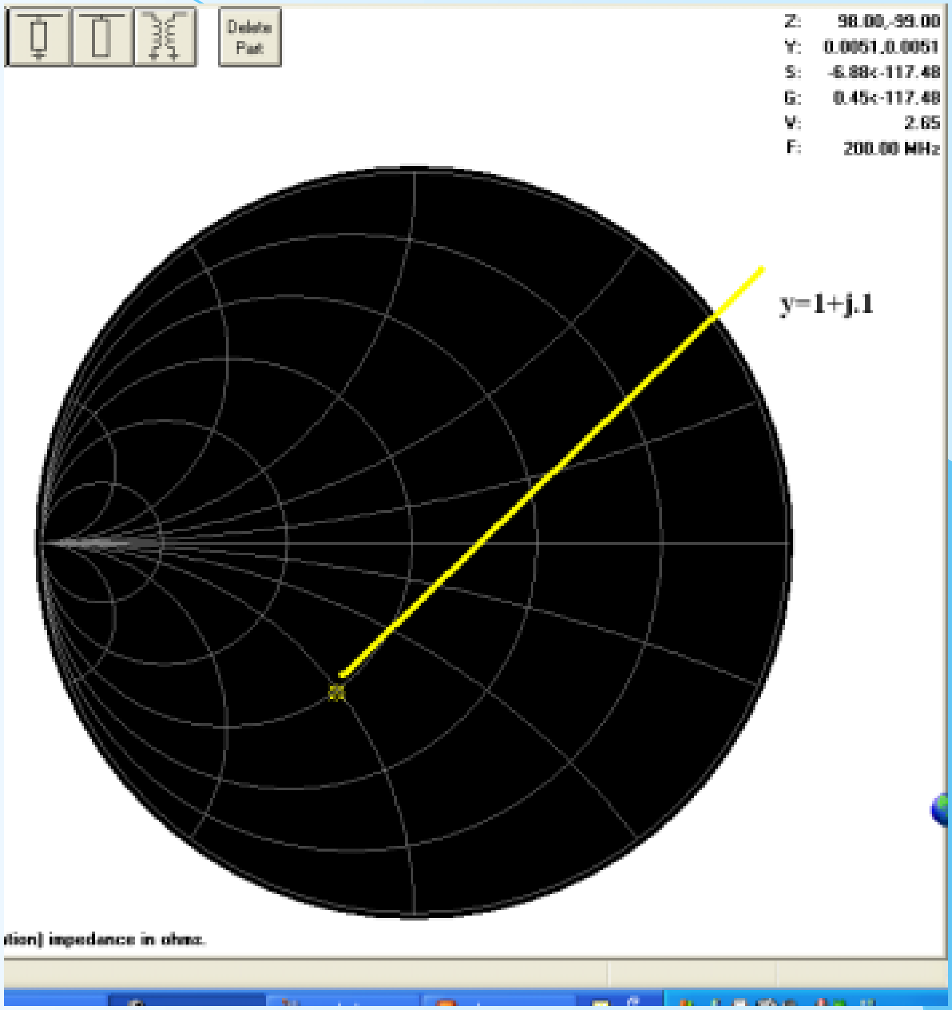
Exemplo 3

- Se um capacitor de 16 pF for adicionado à entrada de um dispositivo com uma única porta, cujo coeficiente de reflexão é $\Gamma_1 = 0{,}45\angle -117^0$, qual será a admitância de entrada do conjunto (capacitor+dispositivo), na freqüência de 200 MHz? Utilize Z_0=200 Ω como impedância de normalização.

Solução

- Inicialmente, devemos localizar a admitância correspondente ao coeficiente de reflexão dado:

  $y = 1 + j.1$



Exemplo 3 - Solução

- Em seguida, devemos calcular a susceptância adicionada pelo capacitor:

$$y_c = j.2.\pi.f.C.Z_0 = j.2.\pi.200.10^6.16.10^{-12}200 = 4.j$$

- Portanto, basta adicionar a susceptância do capacitor à parte complexa da admitância, assim, desloca-se no círculo de condutância constante até o ponto:

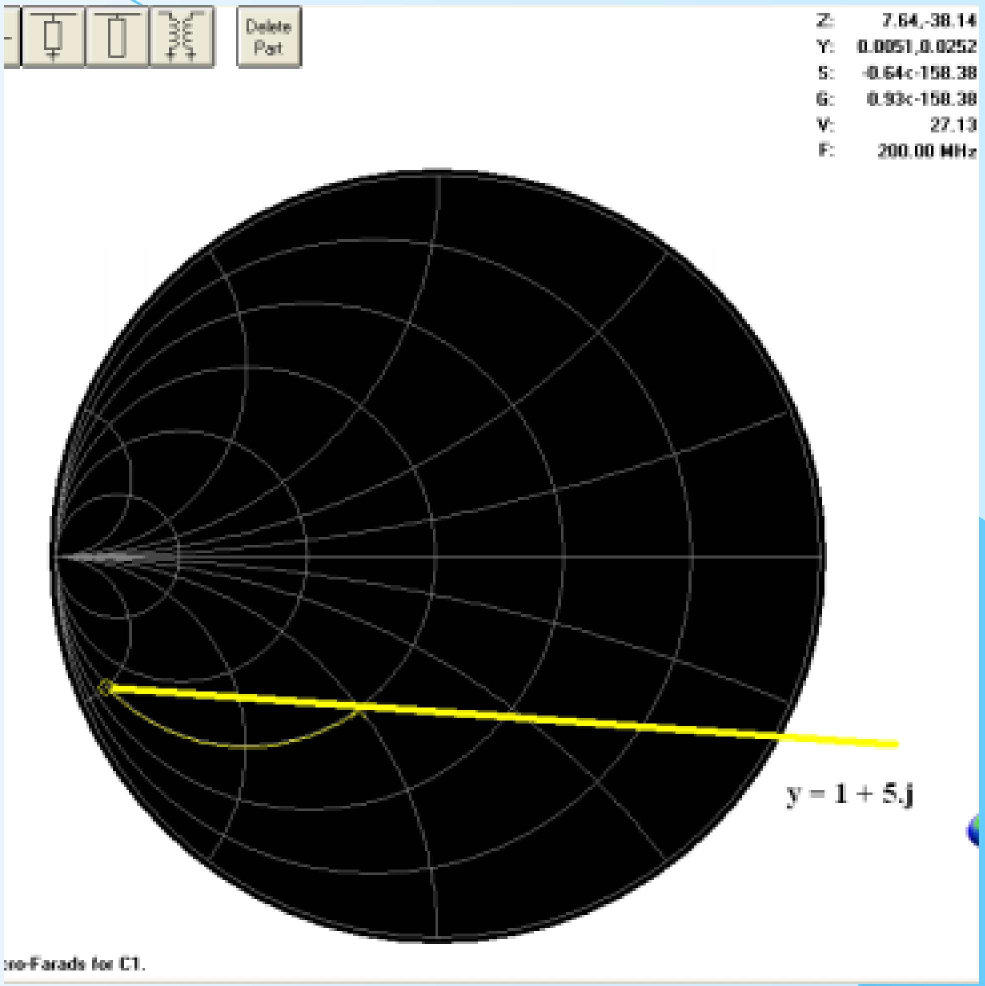
$$y = 1 + 1j + 4j = 1 + 5j$$

Exemplo 3 – solução

- A solução pode ser vista na figura ao lado.

- A admitância desnormalizada será dada por:

$$y = \frac{1+5j}{200} = 0.05 + 0,025j$$



Exemplo 4

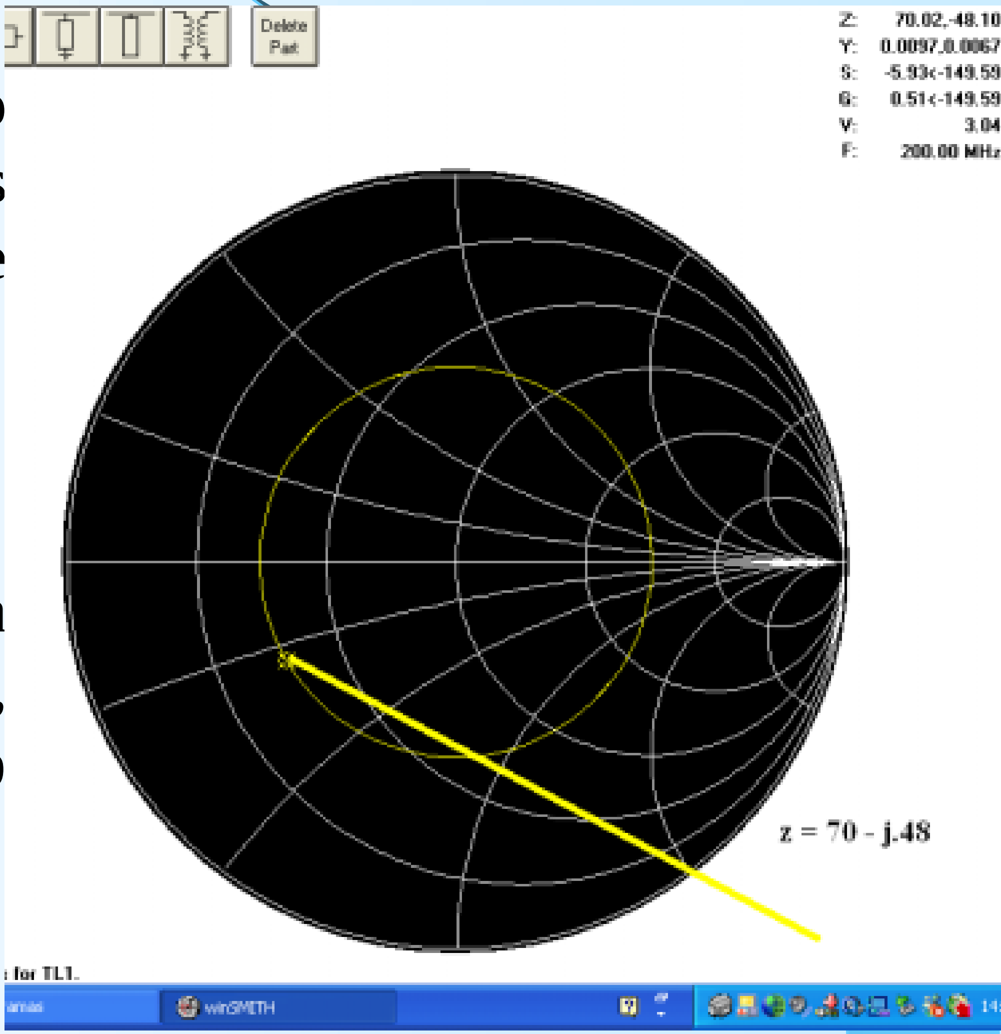
- Uma linha de transmissão sem perdas, tendo o vácuo como dielétrico, é terminada por uma impedância de carga $Z_L = 70 - 48j \ (\Omega)$ Determinar a impedância de entrada da linha, na freqüência de 300 MHz, se a referida linha tem $Z_0 = 300\ \Omega$ e 80 cm de comprimento.

Solução – exemplo 4

- Inicialmente localizamos o ponto na carta, para tal devemos normalizar a impedância de carga.

$$z_L = \frac{70 - j.48}{200} \cong 0{,}35 - j0{,}24$$

- Desde que a impedância característica é constante, devemos traçar o círculo de ρ constante.

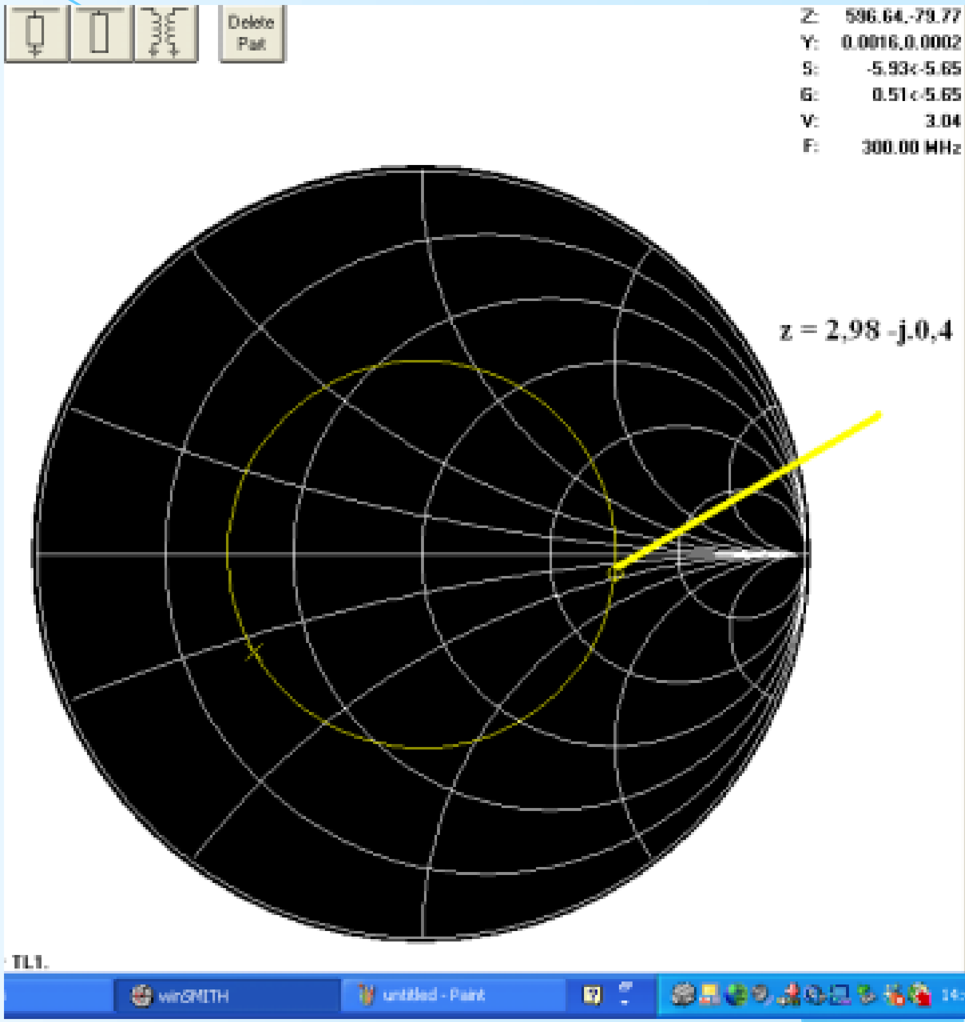


Solução – Exemplo 4

- Em seguida devemos deslocar, na direção do gerador o comprimento elétrico da linha, tal que:

$$\frac{\ell}{\lambda_0} = \frac{0,8}{\frac{3.10^8}{3.10^8}} = 0,8 \rightarrow \ell = 0,8.\lambda_0$$

- Deve-se deslocar 0,8 λ_0 na direção do gerador. Desde que cada volta completa é igual a 0,5 $\lambda_{0,}$, devemos girar 0,3 λ_0, na direção do gerador sobre o círculo de ρ constante, obtendo-se o ponto:



$$z_L = 2,98 - j.0,4$$

$$Z_L = 200(2,98 - j.0,4) = 586 - j.80\,(\Omega)$$

Ondas de Tensão e Corrente

- Os cálculos das ondas de tensão e corrente em linhas de transmissão podem ser realizados com o auxílio da carta de *Smith*.

$$V(x) = V^{+}.e^{\gamma.x}(1+\Gamma_L.e^{-2.\gamma.x})$$

$$I(x) = I^{+}.e^{\gamma.x}(1-\Gamma_L.e^{-2.\gamma.x})$$

- Normalizando-se essa tensão em relação à onda incidente nesta posição, tem-se que:

$$v(x) = \frac{V^{+}.e^{\gamma.x}(1+\Gamma_L.e^{-2.\gamma.x})}{V^{+}.e^{\gamma.x}} = 1+\Gamma_L.e^{-2.\gamma.x} = 1+\Gamma(x)$$

Ondas de tensão e corrente

- De modo análogo, a onda de corrente normalizada pode ser escrita como:

$$i(x) = \frac{I^{+}.e^{\gamma.x}(1 - \Gamma_L.e^{-2.\gamma.x})}{I^{+}.e^{\gamma.x}} = 1 - \Gamma_L.e^{-2.\gamma.x} = 1 - \Gamma(x)$$

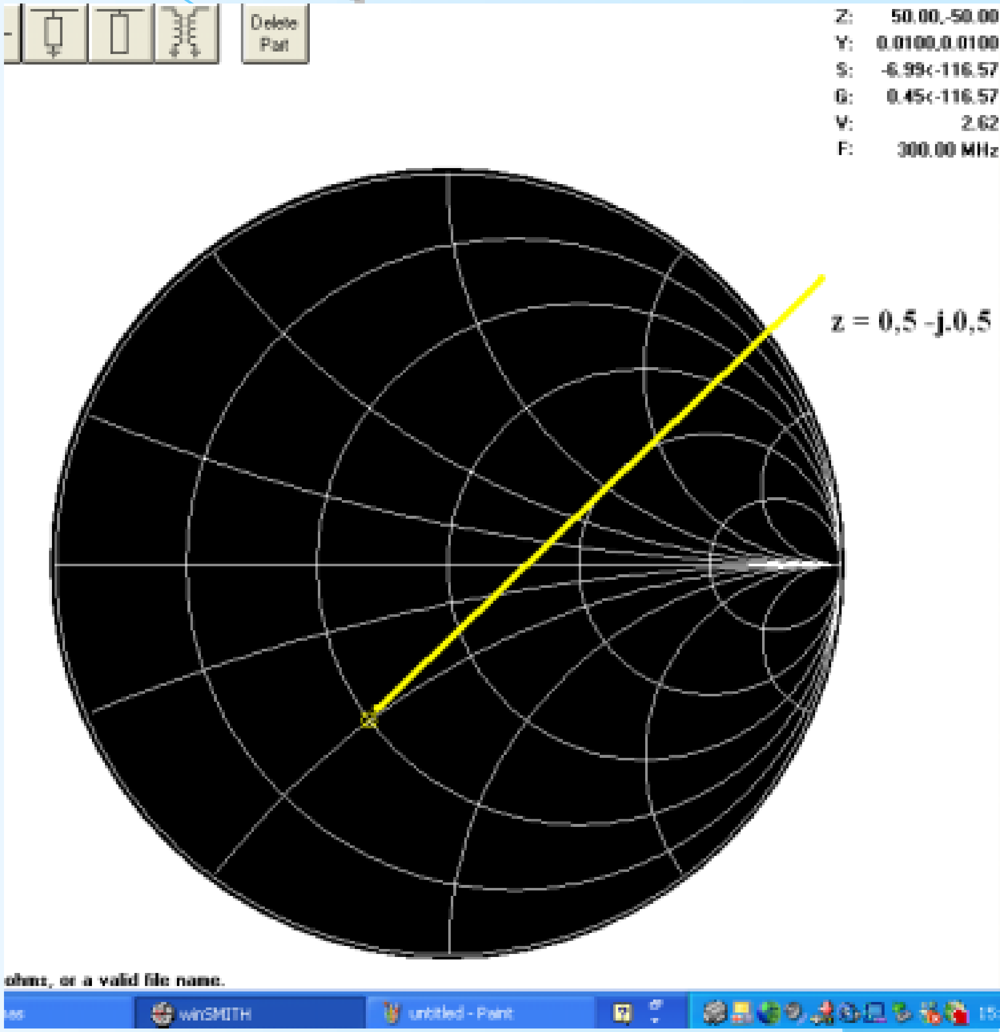
- Observar que as ondas de tensão e corrente são ondas estacionárias para $\Gamma \neq 0$, tendo seus valores máximos normalizados iguais a 2.

Exemplo 5

- Determinar os fasores normalizados de tensão e corrente para a posição de *x* da linha na qual a impedância normalizada vale $z(x) = 0{,}5 - j0{,}5$.

Solução – Exemplo 5

- Como em todos os outros exemplos, o primeiro passo é localizar o ponto de impedância normalizada $z(x) = 0{,}5 - j0{,}5$.

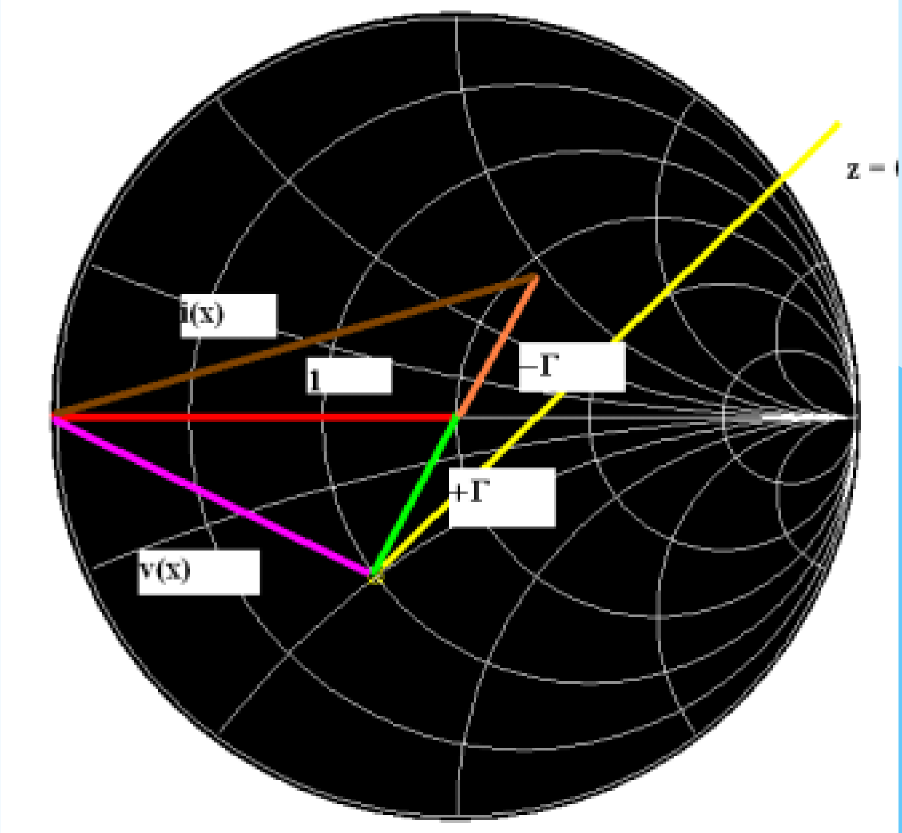


Solução – Exemplo 5

- A seguir, devemos somar vetorialmente o vetor $1\angle 0$, pois como deduzido anteriormente:

$$v(x) = 1 + \Gamma(x)$$

$$i(x) = 1 - \Gamma(x)$$



Solução – Exemplo 5

- À partir da carta de Smith, obtém-se para as ondas de tensão e de corrente, os valores de:

$$v(x) = 1 + \Gamma(x) = 0,9\angle -29,8^0$$

$$i(x) = 1 - \Gamma(x) = 1,3\angle +18,7^0$$

Exemplo 6

- Considere as seguintes medidas:

- Coeficiente de onda estacionária: $\rho = 4$
- Distância da carga ao primeiro mínimo de tensão : 13 cm
- Distância da carga ao segundo mínimo de tensão: 88 cm.

Estas medidas foram obtidas em uma linha de transmissão sem perdas, de 200 Ω de impedância característica, quando terminada por uma carga desconhecida. Determinar a impedância dessa carga.

Solução – Exemplo 6

- Inicialmente, devemos traçar o círculo de ρ constante e localizar o ponto de mínimo, que como visto anteriormente equivalem aos pontos cuja parte real da impedância é igual a 1/ρ
- A distância entre dois mínimos em uma linha de transmissão sem perdas é igual a meio comprimento de onda. Logo:

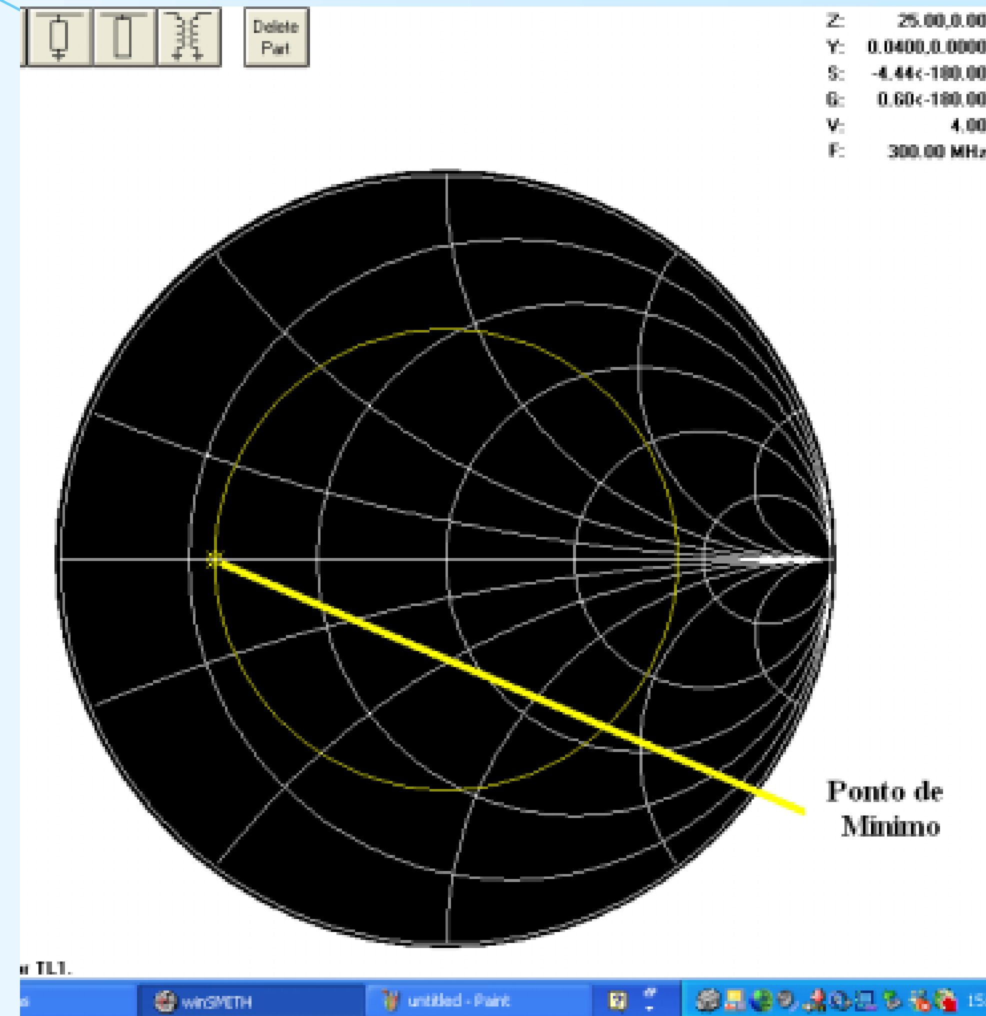
$$\lambda = 2(88 - 13) = 150 \text{ cm ou } 1{,}5 \text{ m}$$

- Os pontos de mínimo referem-se aos pontos cuja parte real da impedância é igual 1/ρ. Logo, a solução é deslocar na direção da carga o comprimento elétrico correspondente à 13 cm, ou seja:

$$\frac{\ell}{\lambda_0} = \frac{0{,}13}{1{,}5} = 0{,}1 \rightarrow \ell = 0{,}087.\lambda_0$$

Solução – Exemplo 6

- O procedimento pode ser visto na figura ao lado, onde foi traçado o círculo de $\rho = 4$ e localizado o ponto de mínimo.
- O próximo passo é deslocar 0,087 λ na direção da carga e assim teremos determinada a impedância de carga.



Solução – exemplo 6

- Na figura ao lado observa-se a impedância de carga tal que:

$$z_L = 0{,}34 - j.0{,}55$$

$$Z_L = 200.(0{,}34 - j.0{,}55) =$$

$$= 68 - j110\,\Omega$$