



# Instituto Tecnológico de Aeronáutica

Divisão de Engenharia Eletrônica

Departamento de Sistemas e Controle

São José dos Campos, São Paulo, Brasil

## Aula 1 - Introdução ao controle de sistemas

Rubens J M Afonso

EES-10: Sistemas de Controle I

19 de fevereiro de 2018

# Motivação

Controle automático de sistemas está presente em diversas aplicações de engenharia, desde o cotidiano até aplicações no estado-da-arte, como:

- Geladeira, condicionador de ar, ferro de passar e forno elétrico;
- Pilotos automáticos de automóveis e Controle Automático de Ganho de rádios automotivos;
- Sistemas de aumentos de estabilidade e de controle de aeronaves, sistema de guiamento de aeronaves;
- Sistemas de controle de atitude de satélites;
- Ventiladores mecânicos.



# Motivação

Essa tecnologia permite o uso muito eficiente e seguro de diversos sistemas relevantes que não funcionariam sem sistema de controle automático. Tomando como exemplo as aeronaves, sua evolução as tornou cada vez mais instáveis, por razões econômicas e de projeto. Assim, a fim de possibilitar o seu manejo pelo piloto, Sistemas de Aumento de Estabilidade (*Stability Augmentation Systems - SAS*) e Sistemas de Aumento de Controle (*Control Augmentation Systems - CAS*) são usados em todas as aeronaves modernas.



# Objetivo e enfoque

## Objetivo de EES-10

Propiciar as primeiras ferramentas para a **análise** e **síntese** de **sistemas de controle automático**.

## Enfoque de EES-10

**Sistemas dinâmicos**, isto é, aqueles em que as variáveis exibem uma característica de memória. Nosso enfoque será nas ferramentas conhecidas como controle clássico, que englobam para o nosso estudo dois grandes tópicos:

- 1 Técnicas no domínio da frequência;
- 2 Técnicas no plano  $s$ .

## Observação 1.

*A síntese de controladores é também chamada de projeto ou “design”.*



# Abordagem: Projeto baseado em modelo (*Model-based design*)

- Técnicas fazem uso intensivo de **modelos matemáticos** dos sistemas a serem controlados e dos próprios sistemas de controle → projeto baseado em modelo (*Model-based design*).
- Têm sido amplamente difundidos há décadas e não se restringem à área de engenharia de controle. Alguns dos motivos para isso são:
  - custo crescente dos sistemas que têm sido projetados, inviabilizando a construção de diversos protótipos para testes;
  - significativa complexidade dos sistemas projetados, sendo constituídos de sistemas de sistemas, que devem ser cuidadosamente integrados uns aos outros para que operem conforme esperado;
  - riscos envolvidos (de segurança ou financeiros) em realizar determinados testes;
  - impossibilidade de realizar testes.



# Definições preliminares

- **Sistema:** porção delimitada do universo que se pretende estudar, isolada deste para fins de análise. Pode interagir com o universo por meio de **entradas** e **saídas**, vide Fig. 1.

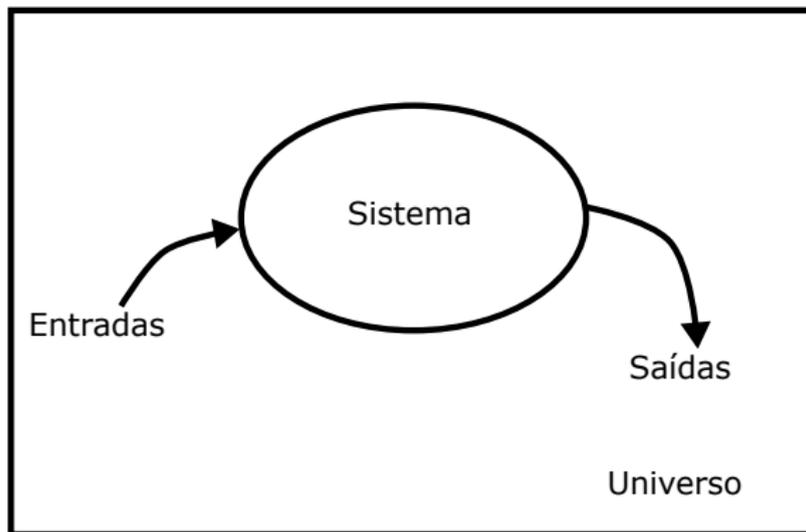


Figura: O sistema interage com o universo por meio de entradas e saídas.



# Definições preliminares

- **Entrada: sinal** gerado no universo que afeta o sistema de interesse.
- **Saída: sinal** gerado no sistema transmitido ao universo.
- **Sinal:** uma função que carrega informação. Na maior parte dos casos de interesse em EES-10 os sinais serão funções do tempo, por exemplo:  $x(t) = 5t$ , em que  $x$  é a posição de um carro ao longo de uma estrada em metros e  $t$  é o tempo em segundos.
- **Controle:** alteração da saída de um sistema por meio da manipulação de sua(s) entrada(s). Por exemplo, supondo que o carro seja o sistema, sua posição  $x$  dada em metros seja a saída e a aceleração  $a$  ( $m/s^2$ ) seja a entrada, pode-se alterar a saída por meio da entrada.



# Definições preliminares

- **Automático:** realizado com pouca ou nenhuma intervenção humana.
- **Modelo:** construto concreto ou abstrato que permite representar, com o requerido grau de fidelidade, algum fenômeno ou sistema de interesse. Por exemplo, uma maquete é um modelo de um prédio, representando com fidelidade as proporções entre as dimensões do prédio.
- **Modelo matemático:** um modelo que permite quantificar relações entre variáveis que descrevam o comportamento do fenômeno ou sistema de interesse. Por exemplo, se o carro parte com velocidade  $v_0$  ( $m/s$ ) de uma posição  $x_0$  ( $m$ ), o modelo matemático que relaciona a entrada  $a$  à saída  $x$  é:

$$x(t) = x_0 + v_0t + \frac{a}{2}t^2.$$



**Sistema de controle automático:** parte delimitada do universo cuja(s) saída(s) se deseja alterar por meio da manipulação da(s) entrada(s), com pouca ou nenhuma intervenção humana.

### Neste curso

- Sistemas com uma entrada e uma saída (*Single Input Single Output* - SISO);
- Sinais de entrada  $u(t)$  e saída  $y(t)$  serão sinais reais a tempo  $t$  contínuo, i. e.,  $u(t) : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  e  $y(t) : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ .

### Observação 2.

*Apenas por questão de completude, seja  $\Omega \in \mathbb{R}$ , sinais  $x(t) : \Omega \mapsto \mathbb{Z}$  são ditos quantizados, sinais  $x(t) : \mathbb{Z} \mapsto \Omega$  são chamados a tempo discreto. Os sistemas que relacionam esses sinais herdam seus nomes dessas definições, sendo assim, os sistemas de interesse para o presente curso serão sistemas a tempo contínuo com entrada e saída reais.*



# Formalização matemática do sistema

Para que se possa alterar o comportamento dos sistemas manipulando a entrada, a função de saída necessita ser função da função de entrada, ou seja, a saída deve ser  $y(u(t), t)$ .

## Sistemas como funcionais

Sistemas de interesse mapeiam o sinal de entrada  $u(t) : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  ao sinal de saída  $y(u) \in \mathbb{R}$ , isto é, os sistemas são funcionais, pois estabelecem relações entre o domínio composto de funções reais e a imagem é um subconjunto de  $\mathbb{R}$ .



# Linearidade e invariância no tempo

## Invariância no tempo

Caso este mapeamento não seja função explícita do tempo, i. e.,  $y = y(u(t))$ , o sistema é dito ser invariante no tempo.

## Linearidade

Caso o mapeamento  $y$  obedeça:

$$y(\gamma_1 u_1 + \gamma_2 u_2) = \gamma_1 y(u_1) + \gamma_2 y(u_2), \quad \gamma_1, \gamma_2 \in \mathbb{R}, \quad (1)$$

então, o sistema é dito linear.

Os sistemas de interesse para estudo em EES-10 são os sistemas **LIT (lineares e invariantes no tempo)** a tempo contínuo. A menos que explicitado ao contrário, todos os sistemas serão assumidos pertencerem a esta classe ao longo do curso.



# Sistema em malha aberta

Um sistema cuja entrada  $u$  não seja função explícita da saída  $y$  é dito estar em **malha aberta**. Um exemplo de sistema em malha aberta pode ser visto na Fig. 2, em que se omite (como se pretende fazer daqui para frente) o universo.

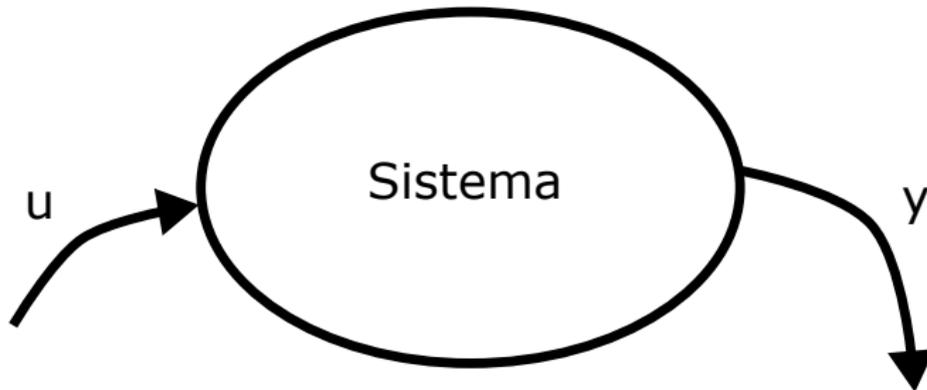


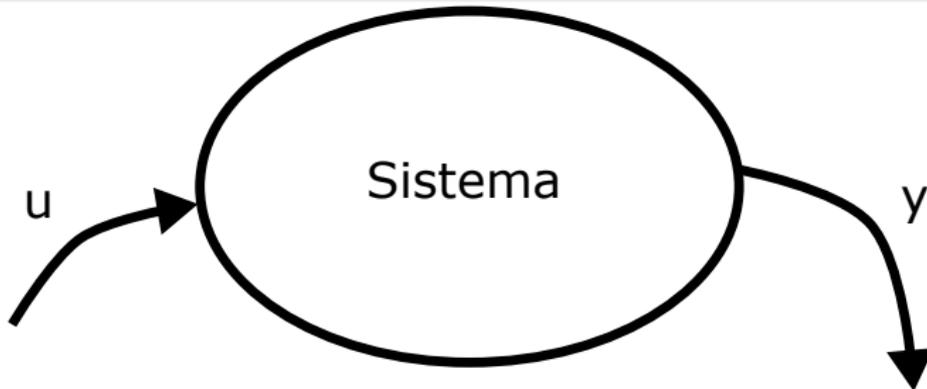
Figura: Um sistema em malha aberta.



# Manipulando a saída de um sistema em malha aberta

## Example 1.

Suponhamos que esse sistema produza uma saída  $y = \int u dt$  para uma entrada  $u$ . Se desejarmos que este sistema possua como saída  $y(t) = e^{-t}$ , podemos escolher  $u(t) = r(t) = -e^{-t}$ .



# Sistema em malha fechada

- Sistema em **malha fechada**: entrada é função explícita da saída, i. e.,  $u = u(y, \bullet)$ ;
- Entrada passa a ser um funcional da saída;
- Sistema em malha fechada como sendo a interconexão de dois sistemas, formando um **laço**, em que a saída de um alimenta a entrada do outro e vice-versa;
- Saída **realimentada** para o sistema  $\rightarrow$  controle em malha fechada chamado de **realimentação**.



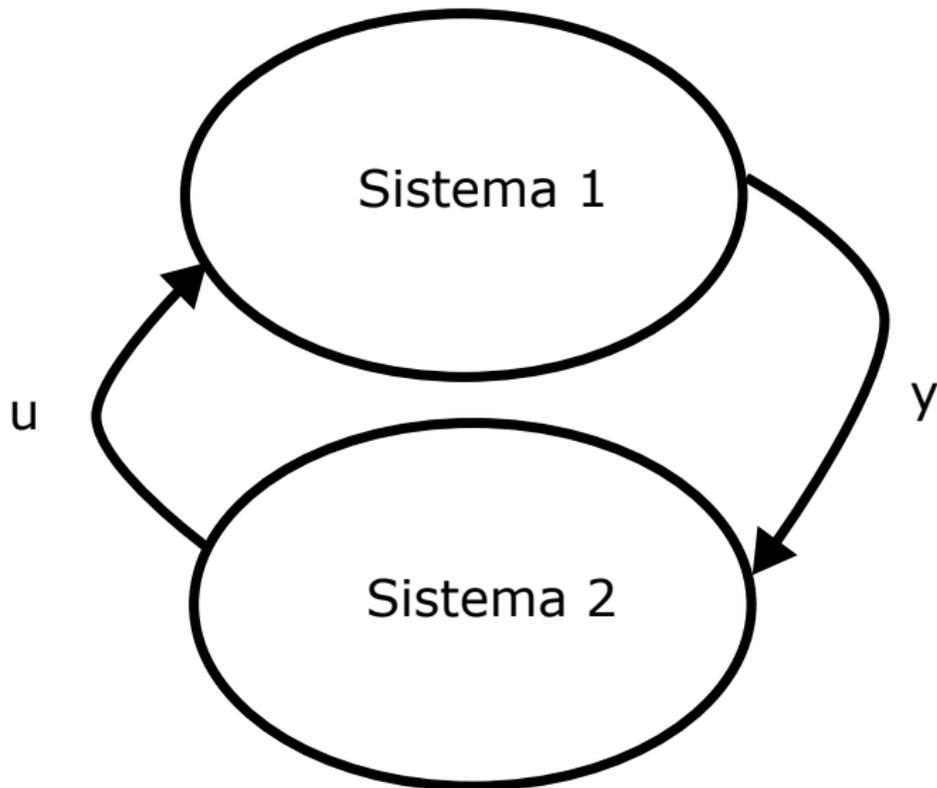


Figura: Um sistema em malha fechada.



# Manipulando a saída de um sistema em malha fechada

## Example 2.

Supondo a mesma relação entre entrada e saída do exemplo 1 para o sistema 1:  $y = \int u dt$ , se quisermos agora que o sistema em malha fechada apresente  $y(t) = e^{-t}$ , podemos escolher  $u(t) = -y(t)$ . Com isso:

$$y = \int u dt = \int -y dt = - \int y dt, \quad (2)$$

cuja solução é  $y(t) = e^{-t}$ , conforme desejado.

## Observação 3.

*Neste caso, o sistema 2, que tem  $u$  como saída e  $y$  como entrada, se comporta de acordo com  $u = -y$ .*



# Uma pergunta pertinente: por que usar malha fechada?

Comparando os resultados das saídas exibidas pelos exemplos 1 e 2, vimos que a mesma saída pode ser atingida por meio da manipulação do sinal de entrada em malha aberta e em malha fechada.

Parece mais complicado obter essa saída em malha fechada, visto ser necessário outro sistema para a realimentação da saída, enquanto em malha aberta basta determinar a função  $u(t)$  de forma a satisfazer os requisitos sobre  $y(t)$ .

Contudo, podemos adiantar que os engenheiros de controle usam predominantemente sistemas em malha fechada, sendo estes o principal elemento do projeto de sistemas de controle. Isso porque há uma vantagem primordial em se utilizar o sistema em malha fechada, que será explicitada em aulas posteriores.



# Exercícios

- 1 Descreva três exemplos de sistemas que você encontra no seu cotidiano, especificando suas entradas e saídas.
- 2 Seja um resistor de resistência  $R$ , submetido a uma tensão  $u$  manipulada por meio de uma fonte de tensão, cuja corrente  $y$  é medida.
  - (a) Descreva o modelo matemático deste sistema.
  - (b) Este sistema é:
    - i. dinâmico (isto é, possui memória)?
    - ii. linear?
    - iii. invariante no tempo?
- 3 Seja um capacitor de capacitância  $C$ , submetido a uma tensão  $u$  manipulada por meio de uma fonte de tensão, cuja corrente  $y$  é medida.
  - (a) Descreva o modelo matemático deste sistema.
  - (b) Este sistema é:
    - i. dinâmico (isto é, possui memória)?
    - ii. linear?
    - iii. invariante no tempo?



# Exercícios

- 4 Para os exemplos 1 e 2, admita que um erro no sinal  $u$  faz com que o sinal verdadeiramente aplicado seja  $u' = u + v$ , com  $v$  constante. Determine:
- (a) o sinal de saída para o sistema em malha aberta;
  - (b) o sinal de saída para o sistema em malha fechada;
  - (c) qual é a diferença de comportamento em relação ao desejado para os dois sistemas?

