Instituto Tecnológico de Aeronáutica
Divisão de Engenharia Eletrônica
Departamento de Sistemas e Controle
São José dos Campos, São Paulo, Brasil

Aula 4 - Diagramas de blocos

Rubens J M Afonso

EES-10: Sistemas de Controle I

1 de março de 2018

Conexões de sistemas

- É comum conectar diversos sistemas sendo que a saída de um deles pode ser entrada para um outro;
- A função de transferência é conveniente para obter o modelo para o sistema resultante da interconexão de dois sistemas;

Example 1.

Quando a saída de um primeiro sistema cuja função de transferência é $G_1(s) = \frac{Y_1(s)}{U_1(s)}$ é entrada para um segundo sistema cuja função de transferência é $G_2(s) = \frac{Y_2(s)}{U_2(s)}$, então, o sistema resultante tem entrada $U_1(s)$ e saída $Y_2(s)$, sendo a sua função de transferência:

$$G(s) = \frac{Y_2(s)}{U_1(s)} = \frac{Y_2(s)}{U_2(s)}\frac{Y_1(s)}{U_1(s)} = G_2(s)G_1(s), \tag{1}$$

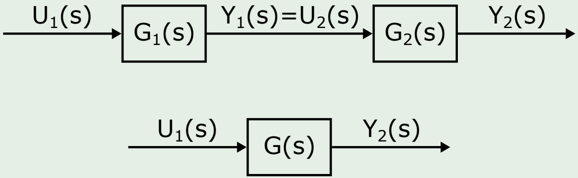
em que se utilizou o fato de que $U_2(s) = Y_1(s)$, visto que a saída do primeiro sistema servirá como entrada para o segundo.

Representação gráfica: diagrama de blocos

- Maneira gráfica de representar desenhando um diagrama com blocos contendo as funções de transferência dos sistemas;
- Setas conectam os blocos indicando o fluxo dos sinais;
- Setas partido dos bloco de origem do sinal (sistema do qual o sinal é saída) e chegando ao bloco de destino do sinal (sistema do qual o sinal é entrada);

Example 2 (Sistemas em cascata).

Para o caso dos sistemas da eq. (1), o diagrama de blocos correspondente pode ser visto a seguir. Este tipo de conexão é conhecida como conexão em **cascata**.



Example 3 (Soma de sinais).

Devido à linearidade dos sistemas em estudo, se a entrada de um sistema cuja função de transferência é $G_3(s) = \frac{Y_3(s)}{U_3(s)}$ é composta da soma da saída de outros dois sistemas, cujas funções de transferência são $G_2(s) = \frac{Y_2(s)}{U_2(s)}$ e $G_1(s) = \frac{Y_1(s)}{U_1(s)}$, então, o sinal de saída $Y_3(s)$ pode ser escrito como:

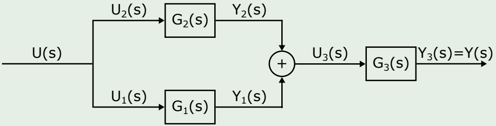
$$\begin{aligned} Y_3(s) = G_3(s)U_3(s) = G_3(s)\left[Y_2(s) + Y_1(s)\right] = \\ = G_3(s)\left[G_2(s)U_2(s) + G_1(s)U_1(s)\right] = \\ = G_3(s)G_2(s)U_2(s) + G_3(s)G_1(s)U_1(s). \end{aligned} \tag{2}$$

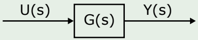
Example 4 (Sistemas em paralelo).

Caso sistemas com funções de transferência $G_1(s)$ e $G_2(s)$ estejam alimentados pela mesma entrada, i. e., $U_1(s) = U_2(s) = U(s)$ e tomando a saída do sistema completo $Y(s) = Y_3(s)$, então:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{G_3(s)G_2(s)U(s) + G_3(s)G_1(s)U(s)}{U(s)} = \quad (3)$$
$$= G_3(s)\left[G_2(s) + G_1(s)\right].$$

O tipo de conexão entre os sistemas $G_1(s)$ e $G_2(s)$ é chamada de conexão em **paralelo**.





- Usando representação em diagramas de blocos, as relações de entrada e saída de sistemas formados pela interconexão de diversos subsistemas podem ser graficamente representadas de maneira bastante conveniente;
- Contudo, muitas vezes, necessita-se obter a função de transferência total deste sistema;
- Algumas regras básicas podem ser usadas para facilitar essa determinação, técnicas estas chamadas de álgebra de blocos.

Álgebra de blocos

- Funções de transferência determinadas por meio da escrita das equações relacionando os sinais;
- Em seguida, eliminação de sinais intermediários, isto é, aqueles que atuam como saída de um bloco e entrada de algum outro bloco (ou até mesmo como entrada de si mesmos);
- Ao usar este método, podemos derivar algumas regras rápidas para obter a função de transferência de algumas associações comuns de blocos.

Example 5.

Já vimos que blocos conectados em cascata têm sua função de transferência total entre entrada e saída dada por:

$$G(s) = G_2(s)G_1(s). \tag{4}$$

Example 6.

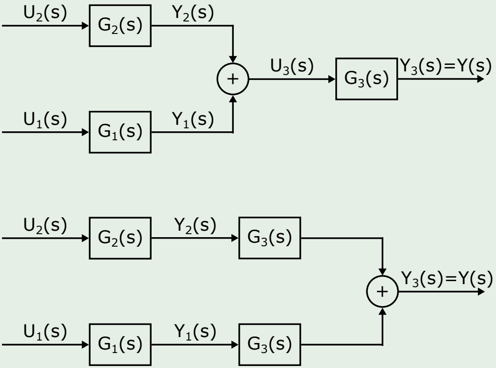
Também já vimos que blocos conectados em paralelo têm sua função de transferência total entre entrada e saída dada por:

$$G(s) = G_2(s) + G_1(s). \tag{5}$$

Example 7.

Blocos podem ser distribuídos para antes de somatórios:

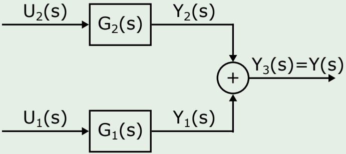
$$Y_3(s) = G_3(s)\left[G_2(s)U_2(s) + G_1(s)U_1(s)\right] = \\ = G_3(s)G_2(s)U_2(s) + G_3(s)G_1(s)U_1(s). \tag{6}$$

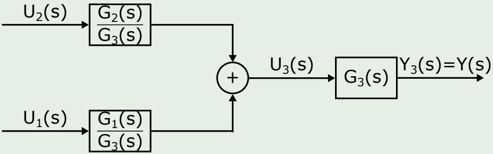


Example 8 (Fatoração).

Ou fatorados para depois dos somatórios:

$$Y_3(s) = G_2(s)U_2(s) + G_1(s)U_1(s) = \tag{7}$$
$$= G_3(s)\left[\frac{G_2(s)}{G_3(s)}U_2(s) + \frac{G_1(s)}{G_3(s)}U_1(s)\right].$$

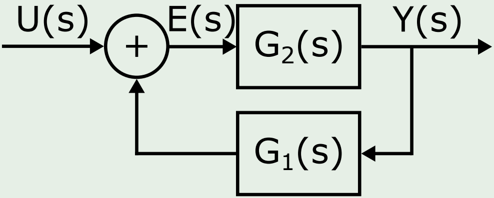




Example 9 (Sistema com realimentação).

Um sistema com realimentação (em malha fechada) pode ser representado como a seguir. Este é muito comum no projeto de sistemas de controle e pode ter sua função de transferência determinada a partir de:

$$
\begin{aligned}
Y(s) =& G_2(s)E(s) = G_2(s)\left[U(s) + G_1(s)Y(s)\right] \rightarrow \\
Y(s) =& \underbrace{\frac{G_2(s)}{1 - G_2(s)G_1(s)}}_{G(s)} U(s).
\end{aligned} \tag{8}
$$

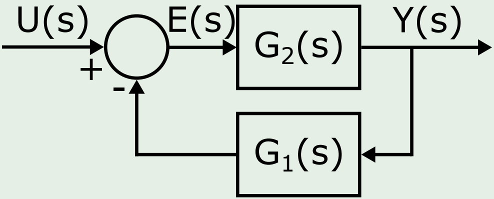


Example 10 (Realimentação negativa).

Comumente, sistemas de controle empregam **realimentação negativa**, isto é, o sinal realimentado entra com sinal trocado, como a seguir. Neste caso, tem-se:

$$Y(s) = G_2(s)E(s) = G_2(s)\left[U(s) - G_1(s)Y(s)\right] \rightarrow \quad (9)$$

$$Y(s) = \underbrace{\frac{G_2(s)}{1 + G_2(s)G_1(s)}}_{G(s)} U(s).$$



Example 11 (Realimentação negativa unitária).

Finalmente, no caso particular em que $G_1(s) \equiv 1$ na equação (9), chama-se **realimentação negativa unitária**, e tem-se:

$$G(s) = \frac{G_2(s)}{1 + G_2(s)} \tag{10}$$

Sistemas mais complexos conterão diversas associações de blocos, mas realizando as simplificações de maneira ordenada, é possível usar as regras desenvolvidas nesta aula para obter a função de transferência total desejada entre um par entrada/saída.