EES-10/ Primeiro Semestre de 2018

Lista de exercícios 1 - Semanas 1 a 4

1 – Um sistema com dois carros ligados por uma mola é mostrado na Fig. 1. Somente o carro de massa M possui motor, cuja força é a entrada $u(t)$ do sistema. Ambos estão sujeitos a atrito viscoso e ligados por uma mola cuja força é dada pela lei de Hooke: $F_m = -k\Delta x$.

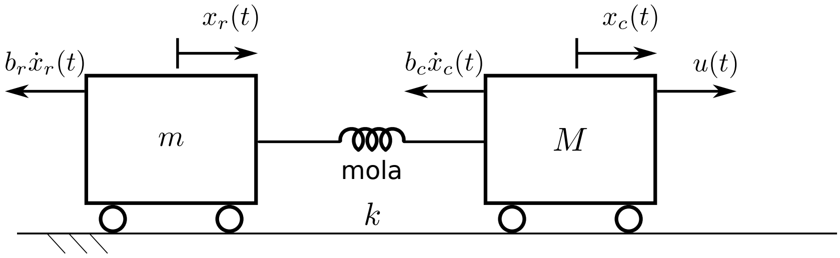

Figura 1: Sistema com dois carros.

Assumindo que a saída seja a posição do carro de massa M (atuado), obtenha e Função de Transferência do sistema.

2 – Uma entrada senoidal $u(t) = Asen(\omega t)$ é aplicada a um sistema cuja Função de Transferência é $G(s) = \frac{2}{s(s+2)}$:

a) Determine a saída y(t);

b) O que acontece com a saída após um tempo grande?;

c) Simule o sistema para essa entrada usando o *Simulink*.

3 – Um reator químico pode ser modelado como $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = e^{-4s}\frac{3}{s+0{,}01}$, sendo $u(t)$ a vazão do reagente e $y(t)$ a concentração do produto (com t em minutos). Encontre a saída $y(t)$ para a entrada $u(t) = 0{,}2 \cdot \mathbf{1}(t)$. Esboce o gráfico de y pelo tempo. Admita que a saída é nula até que responda ao sinal de entrada. OBS.: A função $\mathbf{1}(t)$ é a função degrau unitário:

$$\mathbf{1}(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases} \tag{1}$$

4 – Conexão em cascata de redes RC:

a) Determine a função de transferência de $U(s)$ para $Y(s)$ para o circuito RC da Fig. 2;

b) Conectando uma rede idêntica à saída da rede anterior (Vide Fig. 3), qual é a função de transferência $G(s) = \frac{X(s)}{U(s)}$?

5 – A equação do oscilador de Van der Pol é $\ddot{x} - \mu(1 - x^2)\dot{x} + x = 0$. Pede-se

a) Linearize em torno de $x = 0$, usando como variáveis os desvios $\tilde{x}$ em torno do ponto de operação;

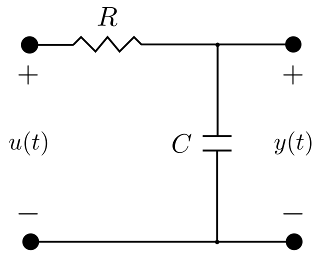

Figura 2: Circuito RC.

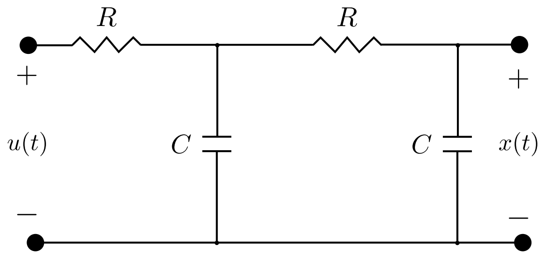

Figura 3: Circuitos RC em cascata.

b) Obtenha a solução para $\mu = 1{,}2$, $\tilde{x}(0) = 0{,}1$ e $\dot{\tilde{x}}(0) = 0$;

c) Simule os modelos linear e não-linear no *Simulink*;

d) Repita os itens a) a c) para $\mu = -1{,}2$.

6 – Dado o polinômio $q(s) = s^3 + (14+K)s^2 + (48+6K)s + 57 + 14K$, encontre a faixa de valores de K para que $q(s)$ tenha todas as raízes com parte real menor do que -2.

7 – Seja um sistema em malha fechada dado por $\dddot{x} + \alpha\ddot{x} + \beta\dot{x} = u$, com entrada $u = -K_1 x - K_2\dot{x}$, encontrar a região no plano $K_1 \times K_2$ para que o sistema em malha fechada seja estável. Admita $\alpha, \beta > 0$ e condições iniciais não-nulas. Esboce essa região.

8 – Um sistema tem função de transferência em malha aberta dada por:

$$G(s) = \frac{K(s+1)(s+100)}{(s^2-9)(s+10)^2} \tag{2}$$

Determine se existem (e em caso afirmativo, quais são) os valores do ganho K que estabilizam o sistema em malha fechada com realimentação nagativa unitária.

9 – O servomecanismo do laboratório pode ser modelado por $J\ddot{\theta} = k_{hw}u + \tau_{At}$, em que θ é o ângulo do disco de carga em radianos. Assuma que o torque de atrito é constante $\tau_{At} = -M$, para $t > 0$ (com $M = 0{,}2Nm$) e a lei de controle é dada por $u = K(r-\theta) - K_v\dot{\theta}$, com $K, K_v > 0$ e em que r é o valor de referência para θ. Admitindo os valores $J = 0{,}05kgm^2$ (momento de inércia do conjunto), $k_{hw} = 1Nm/V$ (constante de ganho do motor), $K_v = 0{,}5s/V$ (constante de realimentação de velocidade) e condições iniciais nulas, determine a faixa de valores de K de forma que o valor **máximo** do erro em regime de posição angular $e = r - \theta$ seja igual a 0,05rad para $r = \mathbf{1(t)}$.

10 – Encontre as faixas de valores de a e K para as quais o sistema em malha fechada da Fig. 4 é estável.

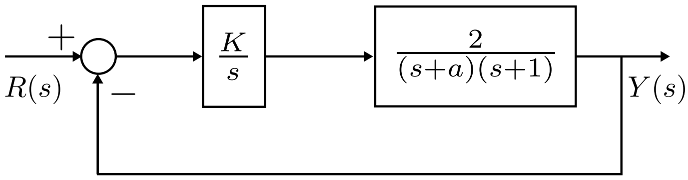

Figura 4: Sistema em malha fechada.

11 – Encontre as faixas de valores de K_1 e K_2 para as quais o sistema em malha fechada da Fig. 5 é estável **e apresenta erro em regime máximo de** 0,1 **para uma entrada** $R(s)$ **rampa unitária**.

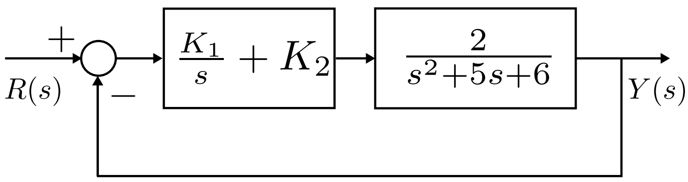

Figura 5: Sistema em malha fechada.

12 – O tanque da Fig. 6 tem a vazão de entrada de líquido dada por $u(t)$ (entrada do sistema), altura de líquido no tanque dada por $h(t)$ (saída do sistema) e vazão de sáida de líquido do tanque dada por $q(t) = K\sqrt{h}$. A área da seção transversal do tanque é A. Pede-se:

(a) Obtenha o modelo para pequenas variações $\tilde{h}$ e $\tilde{u}$ em torno de $\bar{h} = 16m$ e $\bar{u}$. Assuma para isso que $K = 2m^{2,5}s^{-1}$ e $A = 10m^2$.

(b) Usando o modelo do item (a), encontre a resposta do sistema para uma entrada rampa unitária em $\tilde{u}(t)$, a partir de condições iniciais nulas para $\tilde{h}(t)$.

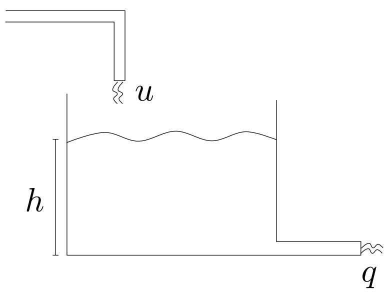

Figura 6: Tanque.

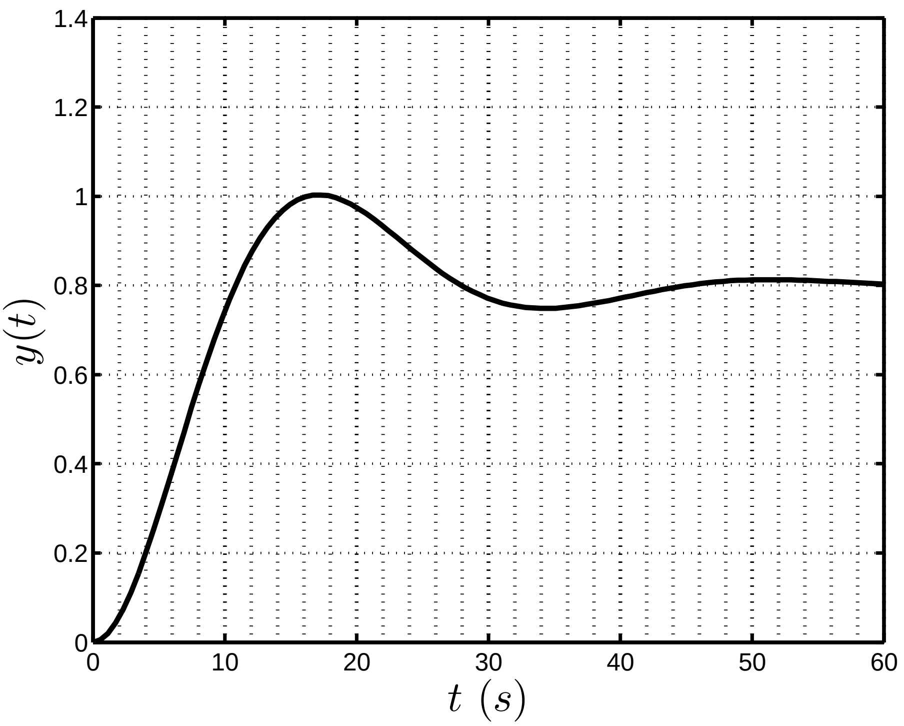

Figura 7: Resposta a degrau unitário.

13 – Um sistema de segunda ordem sem zeros apresenta a resposta $y(t)$ a uma entrada $u(t)$ **degrau unitário** conforme mostrada na Fig. 7.

Determine $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$.

14 – O sistema da Fig. 8 será operado em malha fechada com o ganho K ajustado de maneira a minimizar o tempo de acomodação (a uma faixa de 1% do valor final). Qual é o limite para o valor de tempo que se pode atingir? (Despreze o efeito do zero na resposta temporal).

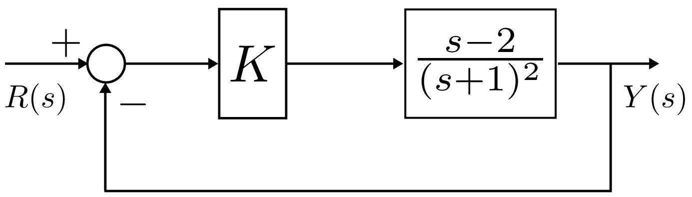

Figura 8: Sistema em malha fechada.