

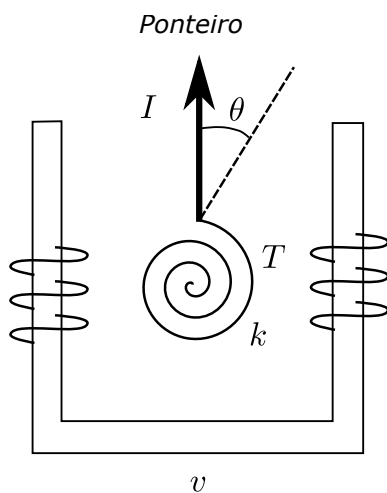
# EES-10/ Primeiro Semestre de 2018

## Lista de exercícios 2 - Semanas 5 a 9

1. (*Modern Control Systems*, Dorf & Bishop, 13ª ed., E 9.28) Um sistema com realimentação unitária tem uma função de transferência de malha dada por:

$$L(s) = G_C(s)G(s) = \frac{K}{s(s + 0,2)}. \quad (1)$$

- (a) Determine a margem de fase do sistema quando  $K = 0,16$ . (b) Use a margem de fase para estimar o fator de amortecimento e prever a máxima ultrapassagem. (c) Calcule a resposta real do sistema de segunda ordem e compare os resultados com as estimativas da parte (b).
2. (*Feedback Control of Dynamic Systems*, Franklin, Powell, Emami-Naeini, 3ª ed., 6.10) Um voltímetro é mostrado na Fig. 1. O ponteiro foi amortecido para que a máxima ultrapassagem fosse de 20% para entrada degrau. (a) Determine a frequência natural do sistema. (b) Determine a frequência amortecida. (c) Calcule a frequência para a qual o sistema aplica maior ganho a uma entrada senoidal, em regime permanente. (d) Determine a defasagem e a amplitude da saída em regime permanente para uma entrada senoidal de amplitude 1 V e frequência 2 rad/s.



$$I = 40 \times 10^{-6} \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

$$k = 4 \times 10^{-6} \text{kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}^2$$

$$T = \text{torque de entrada} = K_m v$$

$$v = \text{tensão de entrada}$$

$$K_m = 1 \text{Nm/V}$$

Figura 1: Diagrama esquemático do voltímetro.

3. Um sistema de segunda ordem apresenta a resposta  $y(t)$  a uma entrada  $u(t)$  **degrau unitário** mostrada na Fig. 2:

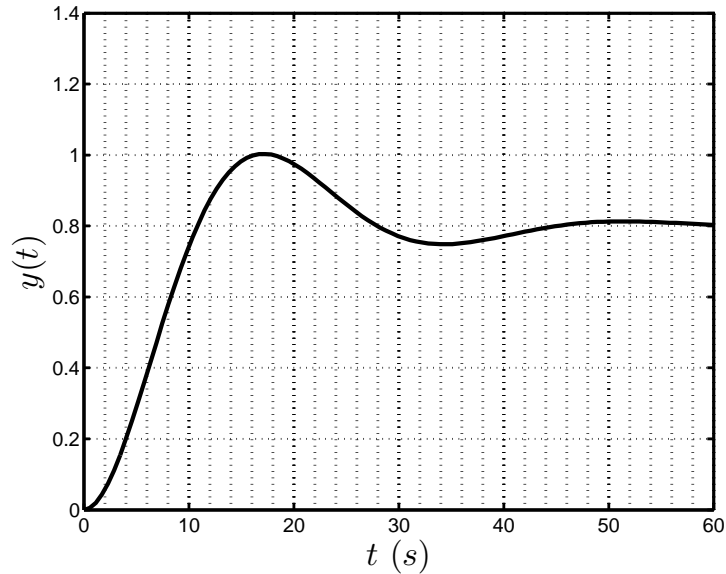


Figura 2: Resposta a degrau unitário.

Determine  $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$ .

4. O sistema da Fig. 3 será operado em malha fechada com o ganho  $K$  ajustado de maneira a minimizar o tempo de acomodação (a uma faixa de 1% do valor final). Qual é o limite para o valor de tempo que se pode atingir? (Despreze o efeito do zero na resposta temporal).

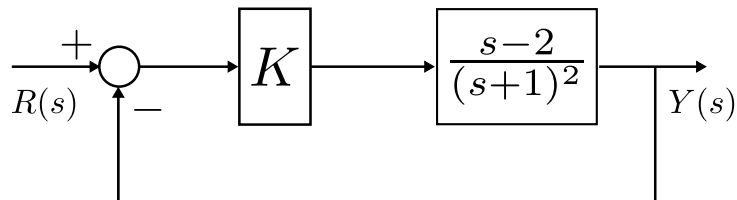


Figura 3: Sistema em malha fechada.

5. A entrada  $u(t) = \sin(\omega t)$ , para  $\omega = 1 + \sqrt{2}$  rad/s, foi aplicada ao sistema com função de transferência  $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s}{(s+1)^2}$  desde o instante  $t = 0$  s. A Fig. 4 mostra essa entrada a partir de  $t = 40$  s. Desenhe, nessa mesma figura, a saída  $y(t)$  correspondente, justificando.
6. Determine o ganho  $K$  a ser colocado em cascata com  $G(s)$  para que o sistema com resposta em frequência em malha aberta na Fig. 5 atenda os seguintes requisitos em malha fechada com realimentação unitária:  $M_p \leq 0,25$  e  $e_r \leq 100$  (erro em regime para entrada rampa unitária).

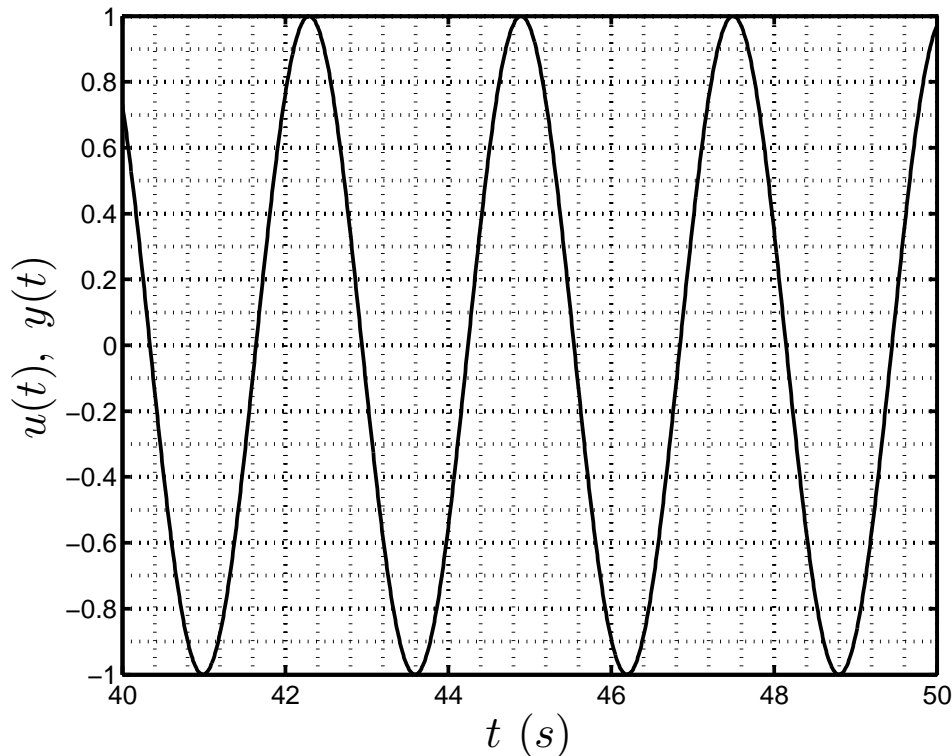


Figura 4: Resposta para entrada senoidal com frequência  $\omega = 1 + \sqrt{2}$  rad/s.

7. (*Modern Control Systems*, Dorf & Bishop, 13<sup>a</sup> ed., PA 9.5 – adaptado) Um explorador típico é um veículo de energia solar, que verá para onde está indo com câmeras de TV e medirá a distância a objetos com sensores de distância laser. Ele será capaz de escalar uma inclinação de  $30^\circ$  em areia seca e irá carregar um espectrômetro que possa determinar a composição química das rochas da superfície. Ele será controlado remotamente a partir da Terra. Para o modelo de controle de posição mostrado na Fig. 6, determine o ganho  $K$  que maximiza a Margem de Fase. Determine a máxima ultrapassagem e o tempo de pico para um entrada degrau com o ganho escolhido.
8. (*Modern Control Systems*, Dorf & Bishop, 13<sup>a</sup> ed., PP 9.7) Os veículos para trabalhos de construção e exploração lunar enfrentarão condições diferentes de tudo encontrado na Terra. Além disso, eles serão controlador através de controle remoto. Um diagrama de blocos de um destes veículos e o controle são mostrados na Fig. 7. Escolha um ganho  $K$  adequado quando  $T = 0,5s$ . O objetivo é alcançar uma resposta a degrau com sobressinal de 20%. Você pode usar o gráfico da Fig. 8 para auxiliar na resolução.
9. Um sistema tem função de transferência em malha aberta dada por:

$$G(s) = K \frac{(s + 1)(s + 100)}{(s^2 - 9)(s + 10)^2} \quad (2)$$

Determine se existem (e em caso afirmativo, quais são) os valores do ganho  $K$  que estabilizam o sistema em malha fechada com realimentação unitária.

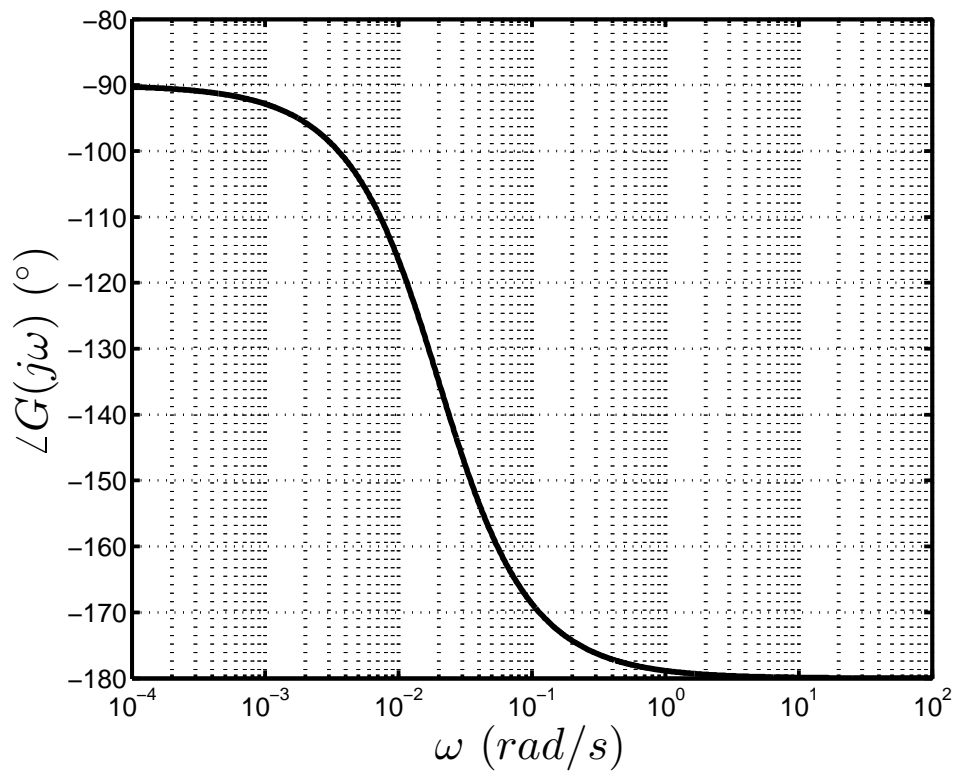
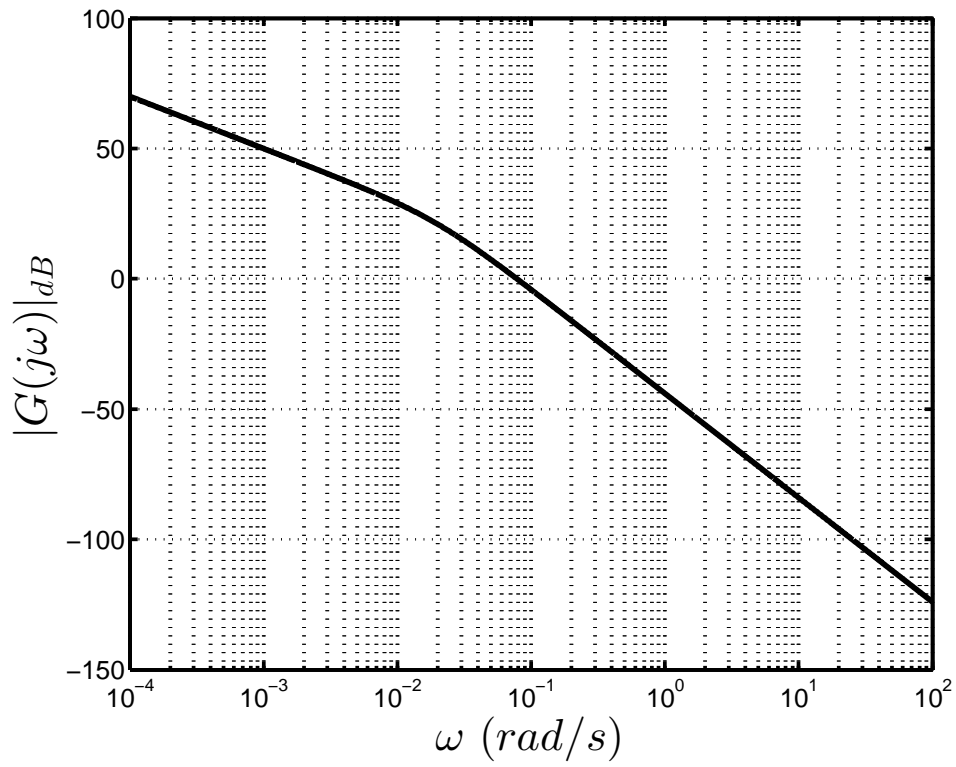


Figura 5: Resposta em frequência em malha aberta.

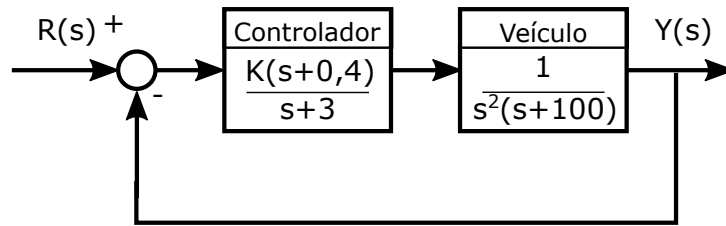


Figura 6: Sistema de controle de posição do veículo explorador de marte.

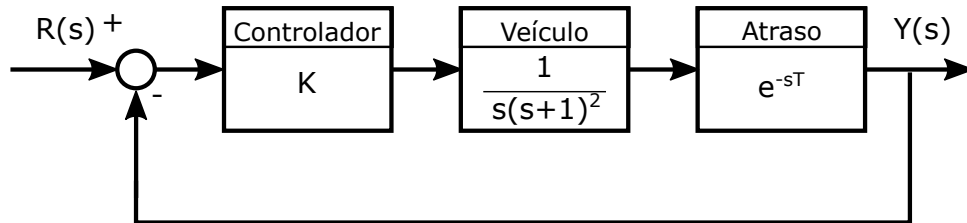


Figura 7: Controle do veículo lunar.

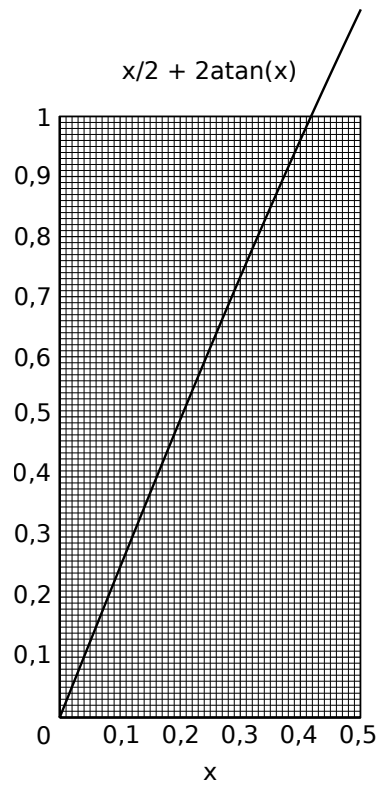


Figura 8: Gráfico auxiliar.

10. (ENADE 2005 Eng. Elétrica) Em aplicações de engenharia, os modelos lineares são largamente utilizados para representar sistemas dinâmicos. Um sistema é dito linear quando atende a propriedade da superposição. Considere um sistema dinâmico linear cujo comportamento possa ser modelado pela seguinte equação diferencial:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 3\frac{dy}{dt} + 2y = \frac{du}{dt} + u \quad (3)$$

onde  $u(t)$  representa a entrada,  $y(t)$ , a saída e o parâmetro  $t$  foi omitido na equação por simplicidade de notação. Qual é a resposta em regime permanente desse sistema para a entrada  $u(t) = 1 + \cos(2t)$ ?

- (a)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2t)$
- (b)  $\frac{1}{\sqrt{2}} \cos(2t)$
- (c)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} \cos\left(2t - \frac{\pi}{4}\right)$
- (d)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} \cos\left(2t + \frac{\pi}{4}\right)$
- (e)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2t) + \sin(2t)$

11. (ENADE 2005 Eng. Elétrica) A Função de Transferência de um levitador eletromagnético pode ser aproximada por:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{2}{s^2 - 1} \quad (4)$$

sendo  $Y(s)$  a Transformada de Laplace da saída do sistema (a posição do objeto levitado) e  $U(s)$  a Transformada de Laplace da entrada (no caso, a corrente de um eletroímã). Para uma entrada em degrau unitário, qual é o valor da saída quando o tempo tende para infinito?

- (a)  $-2$
- (b) zero
- (c)  $+1$
- (d)  $+2$
- (e)  $\infty$

12. (ENADE 2005 Eng. Elétrica) Considere o sistema linear representado pelo diagrama em blocos da Fig. 9:

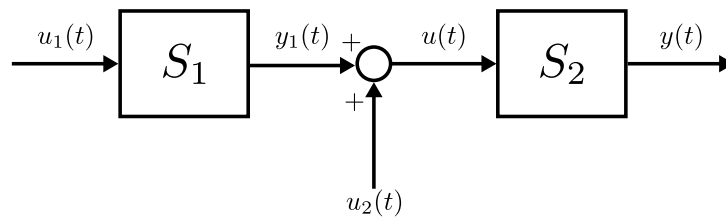


Figura 9: Sistema linear.

onde  $u_1(t)$  e  $u_2(t)$  representam duas entradas,  $y(t)$ , a saída do sistema e  $S_1$  e  $S_2$  são assim modelados:

- função de transferência de  $S_1$ :  $G_1(s) = \frac{Y_1(s)}{U_1(s)} = \frac{2}{s+3}$
- equação diferencial que representa  $S_2$ :  $\frac{d^2y}{dt^2} + 3\frac{dy}{dt} + 2y = u$

Determine:

- (a) a função de transferência  $G_{u_1y} = \frac{Y(s)}{U_1(s)}$
- (b) a saída  $y(t)$  para  $u_1(t) = D(t)$  e  $u_2(t) = 0$ , onde  $D(t)$  representa a função degrau unitário (Considere as condições iniciais nulas)
- (c) a saída  $y(t)$  para  $u_1(t) = D(t)$  e  $u_2(t) = D(t) - D(t-2)$  (Considere as condições iniciais nulas)

13. (ENADE 2008 Eng. Elétrica) Um engenheiro recebeu como tarefa projetar um sistema de controle de temperatura para um forno elétrico. No entanto, movido por uma restrição de componentes, ele se viu obrigado a utilizar um elemento somador em vez de um elemento subtrator, normalmente empregado no cálculo do erro de controle. Dessa forma, ele chegou ao seguinte diagrama de blocos para realizar o projeto de controle empregando uma ação Proporcional-Integral (PI), como na Fig. 10:

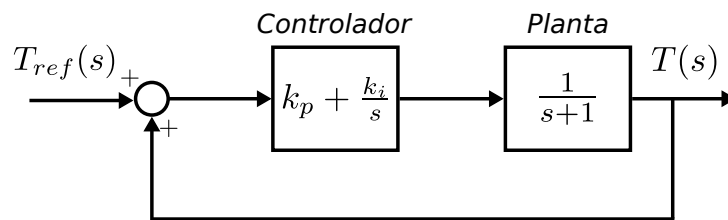


Figura 10: Controle de temperatura de um forno elétrico.

Nesse diagrama,  $T_{ref}(s)$  corresponde à referência de temperatura e  $T(s)$ , à temperatura da planta (forno elétrico). Nessa situação, considere as afirmações a seguir.

O sistema será instável se forem escolhidos  $k_p < 1$  e  $k_i < 0$ .

**PORQUE**

Um sistema dinâmico linear, com malha de realimentação utilizando um elemento somador, será sempre instável.

Analisando as afirmações acima, conclui-se que

- (a) as duas afirmações são verdadeiras, e a segunda justifica a primeira.
  - (b) as duas afirmações são verdadeiras, e a segunda não justifica a primeira.
  - (c) a primeira afirmação é verdadeira, e a segunda é falsa.
  - (d) a primeira afirmação é falsa, e a segunda é verdadeira.
  - (e) as duas afirmações são falsas.
14. (ENADE 2014 Eng. Elétrica) Em uma fábrica de cimento, o controle de temperatura de um forno é realizado por uma malha, conforme o diagrama de blocos do sistema ilustrado na Fig. 11. Considere que o sistema possui uma entrada  $x(t)$ , uma saída  $y(t)$ , um sinal de erro  $e(t)$  e as correspondentes transformadas de Laplace desses sinais, a saber,  $X(s)$ ,  $Y(s)$ ,  $E(s)$ , além das constantes  $K$  e  $T$ , maiores do que zero.

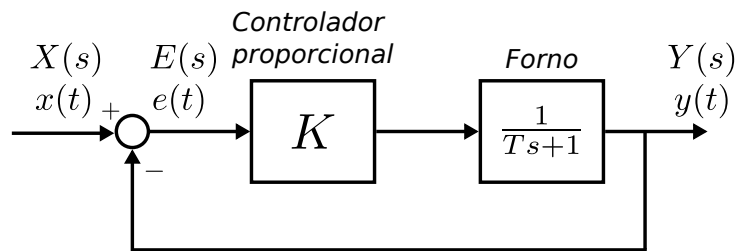


Figura 11: Diagrama de blocos do sistema de controle de temperatura do forno.

Para a sintonia do ganho da malha de controle, realizou-se um teste aplicando-se na entrada do sistema um sinal do tipo degrau unitário,  $X(s) = \frac{1}{s}$ . Nesse caso, espera-se que o sinal de erro  $e(t)$  tenda ao valor

- (a) 0
- (b)  $\frac{1}{K}$
- (c)  $\frac{1}{K+1}$
- (d)  $\frac{K}{K+1}$
- (e)  $\infty$



15. (ENADE 2014 Eng. Elétrica) O estudo de sistemas lineares é importante em engenharia pelo fato de que boa parte dos fenômenos físicos pode ser aproximadamente descrita por comportamentos lineares, ao menos em torno dos pontos de operação. Por outro lado, a teoria de sistemas lineares é muito útil também no estudo do comportamento local de sistemas não-lineares. É importante salientar que os sistemas físicos podem ser representados por equações algébricas e equações diferenciais, lineares e não-lineares, e o estudo de tais sistemas envolve a modelagem e a solução dessas equações. No caso específico da equação abaixo, para uma entrada  $x(t)$ ,  $y(t)$  é a saída de um sistema dada por

$$y(t) = (x(t))^a + bx(t) + c. \quad (5)$$

Para algumas combinações dos valores das constantes  $a$ ,  $b$  e  $c$ , o sistema poderá ser linear ou não-linear. O sistema resultante será linear quando

- (a)  $a = 0, b = 1, c = 0$
  - (b)  $a = 1, b = 1, c = 0$
  - (c)  $a = 1, b = 0, c = 1$
  - (d)  $a = 2, b = 0, c = 1$
  - (e)  $a = 2, b = 0, c = 0$
16. (ENADE 2014 Eng. Controle e Automação) Considere um chuveiro elétrico no qual a temperatura da água pode ser selecionada pelo usuário entre a temperatura ambiente e  $50^\circ\text{C}$ . A resistência do chuveiro dissipa energia elétrica em forma de calor para aquecer a água, e é alimentada por um conversor CA/CC, de modo que a tensão pode ser alterada, variando, assim, a potência. Para levantar a característica dinâmica do sistema, um engenheiro aplicou um degrau de  $0\text{ V}$  a  $40\text{ V}$  no instante de 10 segundos, com vazão de água constante, obtendo a resposta de temperatura mostrada na Fig. 12. Pode-se observar que, inicialmente, a água está em temperatura ambiente.

Posteriormente, o engenheiro decidiu implementar um controle de temperatura em malha fechada utilizando um compensador proporcional-integral:  $G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s}$ . Com base nos dados apresentados, e considerando que o sistema é linear e de primeira ordem, faça o que se pede nos itens a seguir.

- (a) Obtenha a função de transferência de malha aberta (sem o controlador) que relaciona a tensão de entrada com a temperatura de saída.
  - (b) Qual é o efeito da ação integradora do compensador no sistema em malha fechada?
17. (ENADE 2014 Eng. Controle e Automação) Em determinada rodovia, a pesagem obrigatória de caminhões é realizada por balanças automatizadas. Além da plataforma e do indicador como itens básicos da balança rodoviária, o sistema de pesagem é constituído por diversos componentes, conforme ilustrado na Fig. 13.

No momento da pesagem, o caminhão desloca-se por uma pequena inclinação e acomoda-se para que a medição seja realizada a registrada. Assim, do solo até a

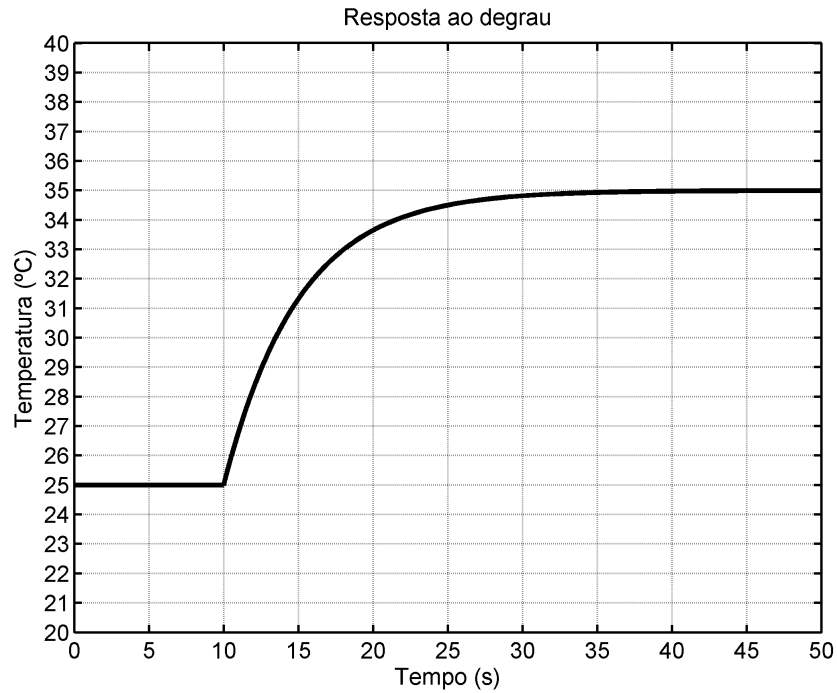
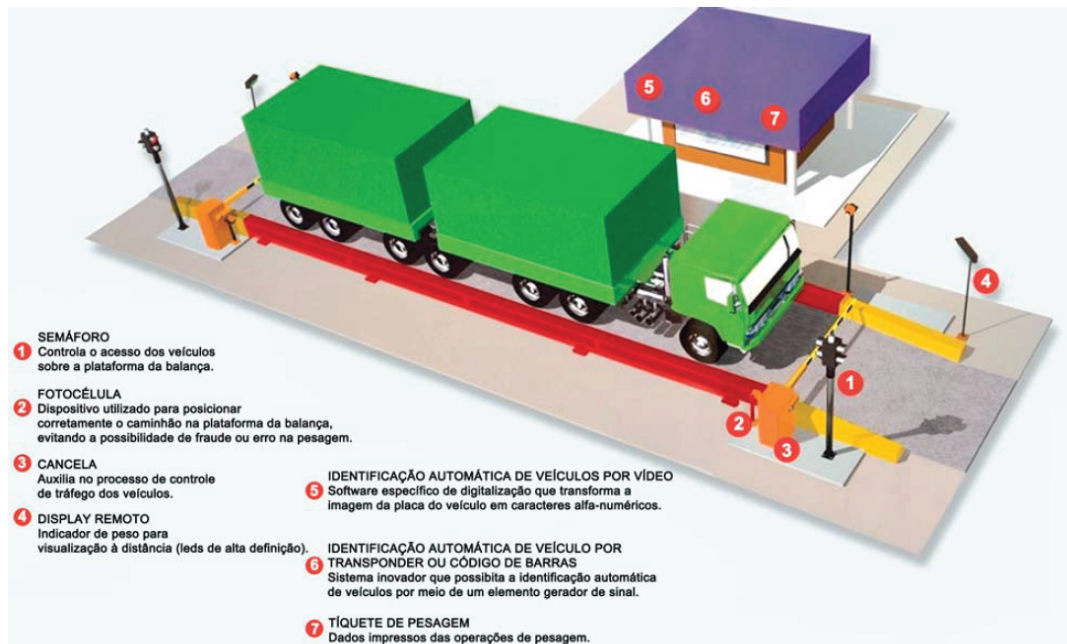


Figura 12: Resposta do chuveiro elétrico.



Balança para pesagem do caminhão.

Disponível em: <<http://balancasacores.com.br>>. Acesso em: 29 jul.2014 (adaptado).

Figura 13: Esquema de medição da balança.

acomodação do caminhão, o sinal aplicado à balança pode ser aproximado por um degrau unitário. Suponha que o caminhão de uma empresa de transporte de car-

gas tenha passado por suas balanças em uma rodovia com pesagem automatizada. O gerente da empresa constatou que o caminhão havia sido multado na segunda balança, após ter sido liberado pela primeira. Para recorrer da multa, solicitou-se parecer de um perito com relação ao sistema de controle de pesagem das balanças. Para análise e emissão do laudo, o perito recebeu do fabricante da balança a sua função de transferência, representada por:

$$\frac{\text{indicacaobalanca}(s)}{\text{pesocaminhao}(s)} = \frac{16}{s^2 + 4s + 16} \quad (6)$$

Suponha, ainda, que a empresa responsável pela manutenção do sistema de aquisição de dados informou ao perito que, na primeira balança, o peso é adquirido  $3s$  após a entrada do caminhão e, na segunda balança,  $1,2s$  após a entrada do veículo. Considere que, no percurso entre as balanças, não houve variação da carga do caminhão, que as diferenças causadas pelo consumo de combustível são desprezíveis e que o peso é fixado após a acomodação do sistema. Com base na situação proposta, faça o que se pede nos itens a seguir.

- (a) Demonstre a partir de qual instante de tempo se garante que a medida das balanças estará adequada.
- (b) Na qualidade de perito contratado, apresente seu parecer para o caso, justificando-o com base em dados técnicos.

Considere as seguintes informações complementares:

Função de transferência normalizada de um sistema de 2ª ordem:

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (7)$$

Sobressinal máximo:

$$M_p = \exp \frac{-\xi\pi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \quad (8)$$

Tempo de pico:

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \xi^2}} \quad (9)$$

Tempo de acomodação:

$$t_s = \frac{4}{\xi\omega_n} \quad (10)$$

18. (ENADE 2014 Eng. Controle e Automação) Na modelagem de um sistema linear invariante no tempo estável, foi levantada a sua resposta em frequência, obtendo-se os diagramas de Bode da Fig. 14:

A função de transferência que melhor represente o sistema é

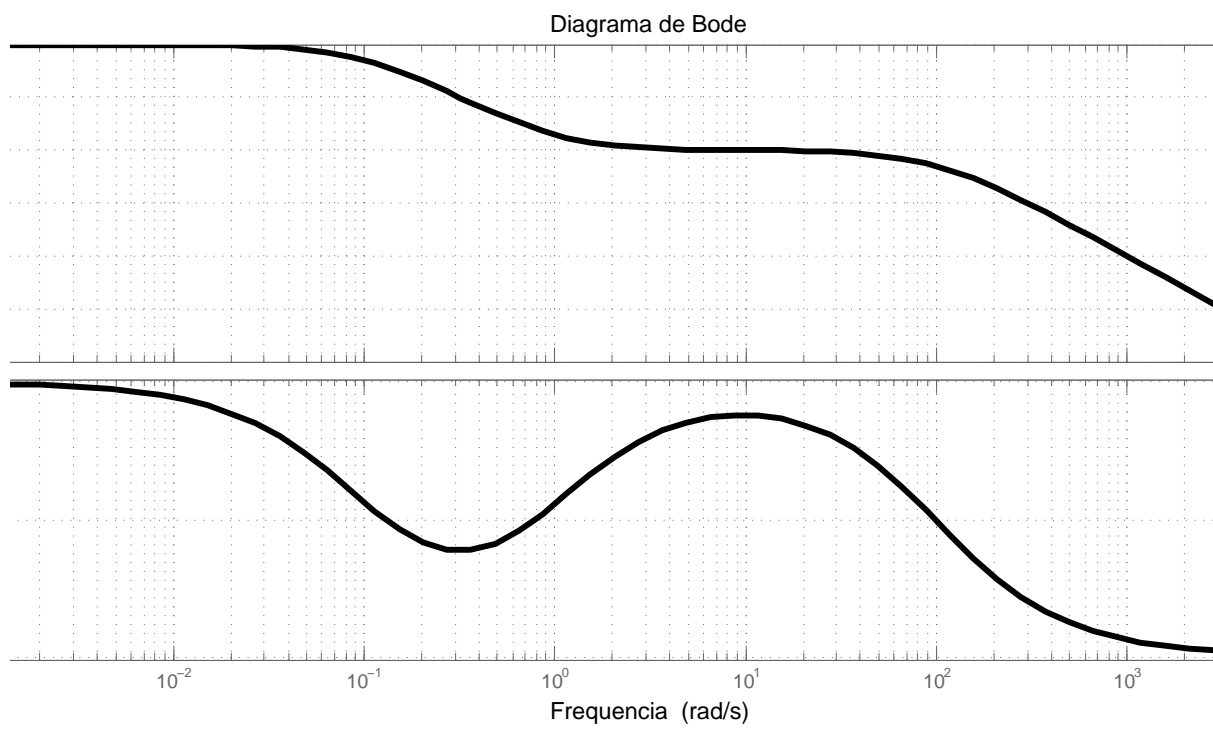


Figura 14: Resposta em frequência.

$$(a) \ G(s) = \frac{s-0,1}{(s+10)(s+100)}$$

$$(b) \ G(s) = \frac{s-1}{(s+0,1)(s+100)}$$

$$(c) G(s) = \frac{s+0,1}{(s+10)(s+100)}$$

$$(d) G(s) = \frac{s+1}{(s-0,1)(s+100)}$$

$$(e) G(s) = \frac{s+1}{(s+0,1)(s+100)}$$

19. Um engenheiro levantou a resposta em frequência de um sistema LIT estável em malha aberta com função de transferência  $G(s)$ , obtendo a seguinte tabela

| $\omega$ [rad/s] | $ G(j\omega) _{dB}$ | $\angle G(j\omega)$ [°] |
|------------------|---------------------|-------------------------|
| 0,1              | -16,3               | -4,5                    |
| 0,2              | -16,3               | -9,7                    |
| 0,46             | -16,5               | -20,7                   |
| 1,0              | -17,4               | -42,8                   |
| 2,15             | -20,4               | -81,3                   |
| 4,64             | -27,5               | -134                    |
| 10,0             | -40,1               | -189                    |
| 21,5             | -57,4               | -229                    |
| 46,4             | -76,7               | -250                    |
| 100              | -96,5               | -261                    |

- (a) Usando realimentação unitária negativa e um ganho  $K$  em cascata com a planta, é possível obter tempo de pico  $t_p < 0,31s$ ? Justifique.
- (b) Determine um compensador  $C(s)$  a ser usado em cascata com a planta empregando realimentação unitária negativa de forma a atender os seguintes requisitos:  $t_p = 0,32s$  e margem de fase  $PM = 20^\circ$ .