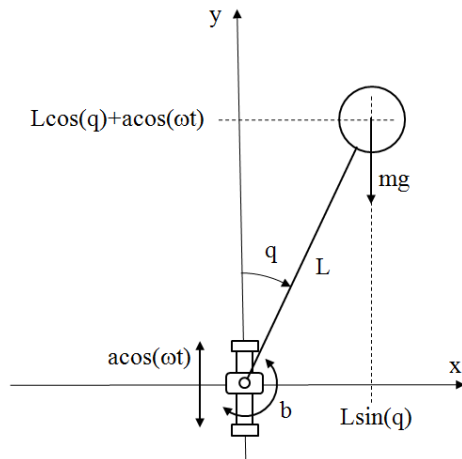




**EE-210/2017**  
**Lista de Exercícios 3**  
**(Entregar até 22 mar 2017, 23h59m)**

1. Simular os movimentos de um Pêndulo de Kapitza que consiste de um pêndulo invertido em que o ponto de pivotamento é sujeito a uma oscilação na direção vertical de amplitude "a" e frequência angular " $\omega$ ". As expressões para a energia cinética  $T$ , energia potencial  $V$  e o termo de dissipação  $R$  são dadas a seguir, em função dos parâmetros  $m$ ,  $L$ ,  $b$ ,  $a$  e  $\omega$ , em que denotam, respectivamente, a massa da esfera, o comprimento da haste, o coeficiente de atrito viscoso, a amplitude da oscilação do ponto de pivoteamento e a frequência de oscilação do ponto de pivoteamento. O ângulo entre a haste e a vertical local é denotado  $q$ .



$$T = \frac{m}{2} [L^2 \dot{q}^2 + a^2 \omega^2 \sin^2(\omega t) + 2aL\omega \dot{q} \sin(\omega t) \sin(q)]$$

$$V = mg[L\cos(q) + a\cos(\omega t)]$$

$$R = \frac{1}{2} b \dot{q}^2$$

(a) Verificar que o Pêndulo de Kapitza é descrito pela equação de Mathieu

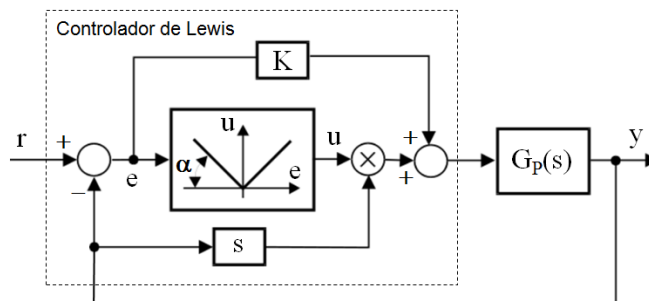
$$mL^2 \left[ \ddot{q} + \frac{b}{mL^2} \dot{q} + \left( \frac{a\omega^2}{L} \cos(\omega t) - \frac{g}{L} \right) \sin(q) \right] = 0$$

(b) Mediante uma simplificação adequada, o pêndulo passa a ser descrito, aproximadamente, pela solução da equação de Mathieu.

$$\frac{d^2 q}{d\tau^2} + [A - 2B \cos(2\tau)] q = 0$$

(c) Atribuir valores adequados para os valores de  $m$ ,  $L$ ,  $b$ ,  $a$  e  $\omega$  e simular digitalmente o sistema (por exemplo, utilizando ®Simulink).

2. Simular e estudar o comportamento do Controlador de Lewis para variados valores de  $K$  e de  $\alpha$ :



3. Simular digitalmente e verificar se (1,0) é ponto de equilíbrio:

$$\frac{dx}{dt} = x(1 - x^2 - y^2) - y \left( 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right)$$

$$\frac{dy}{dt} = y(1 - x^2 - y^2) + x \left( 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right)$$