EE-210/2017
Lista de Exercícios 5
(Entregar até 29 mar 2017, 23h59m)

1. (Exercício proposto pelo Prof. Jackson Paul Matsuura na matéria EES-10): Um engenheiro projetou um controlador de avanço de fase para um sistema de teleoperação, mas esqueceu de levar em conta o atraso de 5.0 ms (cinco milisegundos) na comunicação entre o controlador e o sistema propriamente dito (que ocorre tanto no envio do sinal de controle para o sistema quanto no recebimento do sinal do sensor). Quando o sistema é operado localmente (sem atraso de comunicação), os requisitos são atendidos perfeitamente. No entanto, ao levar o sistema para o local de operação o *overshoot* da resposta ao degrau ficou inaceitável. Projete um novo controlador (que irá substituir o projetado anteriormente) que leve em conta e compense esse atraso devido à comunicação. O controlador originalmente projetado é: $G_C(s) = 65.24\dfrac{s+14}{s+28.2}$ e a função de transferência da planta é: $G_P(s) = \dfrac{10}{s(s+12)}$.

2. Mostrar que dados $A_{n\times n}$ e $b_{n\times 1}$

$$\rho\begin{bmatrix} b & Ab & \cdots & A^{n-1}b \end{bmatrix} = \rho\begin{bmatrix} b & (A-bk)b & \cdots & (A-bk)^{n-1}b \end{bmatrix}$$

para qualquer $k_{1\times n}$. Que impacto teria tal fato em controle automático de sistemas?

3. Apresente uma lei de controle u(t), que conduz o sistema de $x(0) = [\ 1\ \ 0\ ]^T$ em t = 0 para $x(2) = [\ 0\ \ 0\ ]^T$ em t = 2:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -5 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

4. (Algoritmo de Leverrier) Seja

$$(sI - A)^{-1} := \frac{1}{\Delta(s)}[R_0 s^{n-1} + R_1 s^{n-2} + \ldots + R_{n-2}s + R_{n-1}]$$

Verifique que os coeficientes do polinômio característico de A,

$$\Delta(s) = s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \ldots + \alpha_n$$

podem ser obtidos de

$$\alpha_1 = -\frac{tr(AR_0)}{1} \qquad R_0 = I$$

$$\alpha_2 = -\frac{tr(AR_1)}{2} \qquad R_1 = AR_0 + \alpha_1 I = A + \alpha_1 I$$

$$\alpha_{n-1} = -\frac{tr(AR_{n-2})}{n-1} \qquad R_{n-1} = AR_{n-2} + \alpha_{n-1}I = A^{n-1} + \alpha_1 A^{n-2} + \ldots + \alpha_{n-1}I$$

$$\alpha_n = -\frac{tr(AR_{n-1})}{n} \qquad 0 = AR_{n-1} + \alpha_n I$$

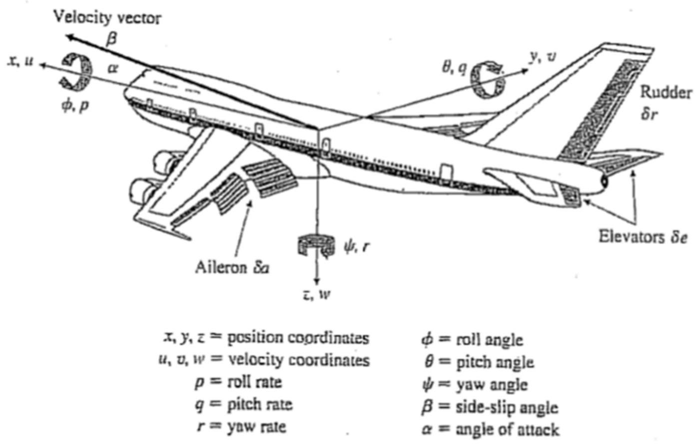
Para que serviria tal algoritmo no contexto de controle automático de sistemas?

5. (A teoria de controle LQR é considerada conhecida por estar contemplada nas matérias pré-requisito): Um Boeing 747 em vôo horizontal, com velocidade nominal de 830 ft/s (Mach 0.8), à altitude de 20.000ft, com massa total de 637.000 lb, é descrito pelo modelo linearizado para pequenos sinais dado por (Modelo retirado de Franklin, G.F.; Powell, J.D.; Emami-Naeini, *A. Feedback Control of Dynamic Systems*, 3rd ed., Addison-Wesley, 1994).

$$\frac{dx}{dt}(t) = \begin{bmatrix} -0.00643 & 0.0263 & 0 & -32.2 & 0 \\ -0.0941 & -0.624 & 820 & 0 & 0 \\ -0.000222 & -0.00153 & -0.668 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 830 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -32.7 \\ -2.08 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta e(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x(t)$$

em que os componentes do vetor de estados $x(t) = \begin{bmatrix} u(t) & w(t) & q(t) & \theta(t) & h(t) \end{bmatrix}$, sendo h(t) a altitude de voo da aeronave e δe corresponde à variação angular do profundor (elevator):



a) Propor valores para Q e ρ e obter a lei de controle u(t) = – Kx(t) que minimiza o índice de desempenho do tipo quadrático:

$$J[x,u] = \frac{1}{2}\int_0^{\infty} \left[x^T(t)\,Q\,x(t) + \rho u^2(t) \right] dt$$

b) Apresentar os gráficos de h(t) = x_5(t|), a partir da condição inicial x(0)= $[0\ 0\ 0\ 0\ 0.05]^T$ utilizando a lei de controle u(t) = –Kx(t).

c) Projetar um observador de estados e inicializar com $\hat{x}_i = 0$.

d) Apresentar os gráficos de h(t) = x_5(t|), a partir da condição inicial x(0) = $[0\ 0\ 0\ 0\ 0.05]^T$ utilizando a lei de controle u(t) = $-K\,\hat{x}(t)$

e) O controle LQR apresenta significativa margens de ganho e de fase. Faça experimentos numéricos para observar o efeito dessa robustez.