EE-210/2017
Lista de Exercícios 12
(Entregar até 21 jun 2017, 23h59m)

1. Expressar $p_Y(y)$ da variável aleatória $Y = |X|$ em termos de $p_X(x)$.

2. Se X(.) e Y(.) são v.a. independentes e distribuidos segundo N(0,2), qual a expressão de $f_Z(z)$ quando $Z = 2X + 3Y$. Qual a média de Z? Qual a variança de Z?

3. Mostrar que se "a" e "c" são constantes e $y(t) = a\,x(ct)$, então $R_y(\tau)=a^2R_x(c\tau)$.

4. Seja um processo estocástico $\{X_t\}_{t\in R}$ definido por

$$X_t = \text{sen}(\Omega t + \theta)$$

em que Ω é uma constante e θ é uma variável aleatória com a densidade de probabilidade

$$p_\theta(\varsigma) = \begin{cases} 1/2\pi & se\ 0 \le \varsigma \le 2\pi \\ 0 & caso\ contrário \end{cases}$$

Calcular a média ($E[x_t]$) e a auto-correlação ($R_{xx}(t_1,t_2)$).

5. .Seja X uma variável aleatória com distribuição normal padrão (ou seja, N(0,1)) e $\{W_k\}$ uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.), cada uma com distribuição normal padrão. Suponha ainda que X é independente de cada W_k. Seja

$$Y_k = X + kW_k \quad k = 1,2,3,...$$

Escrever a expressão para $\hat{X}_k$, a estimativa de X dadas as medidas Y_k.

6. Considere um sistema linear descrito por

$$x_{k+1} = Ax_k + w_k$$
$$y_k = Cx_k + v_k$$

em que A = 0.8 ; C = 2 ; $w_j \perp v_i$; $w_j \sim N(0,\sigma^2)$; $v_i \sim N(0,1)$; $w_k, v_k \perp \{x_0, ... , x_k, y_0, ... , y_k\}$; $E[x_0] = 10$; $E[x_0^2] = 1$; para j, i, k quaisquer

a) Implementar um Filtro de Kalman para o caso $\sigma = 0.1$, simular o sistema e comparar as trajetórias de x_k e de $\hat{x}_k$.

b) Idem a, mas com $\sigma = 3$.

c) Que acontece se A = 0.7, mas o Filtro de Kalman foi projetado imaginando-se A = 0.8?

d) Que acontece se, ao invés de $w_j \perp v_i$, $w_i = v_i \sim N(0,1)$?

e) (*Fusão de Sensores*): Suponha que além de y_k é disponível uma medida adicional

$$\breve{y}_k = \breve{C}x_k + \breve{v}_k$$

em que $\breve{C} = 1$ e $\breve{v}_k \sim N(0,0.25)$, com $\breve{v}_i \perp v_j$. Como esta medida adicional pode ser utilizada para melhorar a estimativa de x_k?