

ELE-33: Probabilidade e Variáveis Aleatórias

Horário: Segunda-feira, das 8h:00 às 8h:50 e das 9h:00 às 9h:50; quarta-feira, das 9h:00 às 9h:50.

Instrutor: Prof. Marcelo G. S. Bruno (sala 199, tel: 3947-6906, correio eletrônico: bruno@ele.ita.br, página pessoal: <http://www.ele.ita.br/~bruno>).

1 Pré-requisitos

Os pré-requisitos oficiais para esse curso incluem MAT-11 (Cálculo Diferencial e Integral I), MAT-21 (Cálculo Diferencial e Integral II) e MAT-26 (Séries e Integrais Impróprias). Recomenda-se fortemente que o aluno também tenha cursado MAT-16 (Álgebra Linear e Geometria Analítica).

2 Avaliação

Haverá duas avaliações escritas (provas) ao longo do semestre e um exame final, também escrito. As avaliações bimestrais versarão sobre o conteúdo desenvolvido nas aulas do respectivo bimestre enquanto o exame final versará sobre o conteúdo do curso inteiro. A comunicação entre os alunos durante a realização das provas e do exame final é proibida e, se ocorrer, será punida de acordo com as normas disciplinares do ITA.

3 Ementa Proposta

3.1 Introdução a Probabilidades

1. Conjuntos e operações com conjuntos.
2. Espaço amostral, eventos e sigma-álgebras de eventos; definição axiomática de probabilidade e corolários dos axiomas de probabilidade.
3. Probabilidade conjunta, condicional e total; independência de eventos; teorema de Bayes e suas aplicações.
4. Experimentos de Bernoulli, lei binomial e multinomial, aproximações assintóticas.

3.2 Variáveis Aleatórias

1. Definição de variável aleatória real; variáveis aleatórias discretas, contínuas e mistas; funções massa, distribuição e densidade de probabilidade e suas propriedades.
2. Exemplos de variáveis aleatórias reais: Bernoulli, binomial, Poisson, uniforme, exponencial, gaussiana, Cauchy, Rayleigh, Laplace, gama, chi-quadrado.

3. Funções de uma variável aleatória.
4. Funções distribuição e densidade de probabilidade conjuntas e condicionais para múltiplas variáveis aleatórias reais; lei de Bayes e independência estatística para múltiplas variáveis aleatórias reais.
5. Funções de múltiplas variáveis aleatórias, exemplos de aplicações.

3.3 Expectativas e Momentos

1. Valor esperado de uma variável aleatória real.
2. Valor esperado de funções de uma e múltiplas variáveis aleatórias reais, desigualdade de Chebyshev, lei fraca dos grandes números.
3. Expectativas condicionais e a lei iterativa das expectativas.
4. Momentos e momentos conjuntos; funções geradoras de momentos e funções características; funções características conjuntas; exemplos de aplicações; variáveis aleatórias ortogonais e descorrelacionadas; espaço $L^2(S)$, desigualdade de Schwarz e sua interpretação geométrica.
5. Caracterização estatística de variáveis aleatórias conjuntamente gaussianas: função densidade de probabilidade e função característica conjuntas, funções densidade de probabilidade condicional e marginal.

3.4 Vetores Aleatórios e Introdução a Estimação de Parâmetros

1. Funções distribuição e densidade de probabilidade para vetores aleatórios reais; funções características para vetores aleatórios reais; média, matrizes de covariância e correlação de vetores aleatórios reais e suas propriedades; transformações lineares e não-lineares de vetores aleatórios reais e diagonalização de matrizes de covariância.
2. Funções distribuição e densidade de probabilidade conjuntas e condicionais para vetores aleatórios reais; matrizes de covariância e correlação cruzada; lei de Bayes para vetores aleatórios reais; independência entre vetores aleatório; expectativas condicionais e lei iterativa das expectativas para vetores aleatórios reais.
3. Função densidade de probabilidade e função característica de vetores aleatórios gaussianos reais; funções densidade de probabilidade conjunta e condicional para dois vetores aleatórios gaussianos reais; estimação MMSE para vetores gaussianos reais; aplicações.

3.5 Introdução a Seqüências de Variáveis Aleatórias

1. Formas de convergência de seqüências aleatórias; lei forte dos grandes números; teorema do Limite Central.
2. Processos de Markov de tempo discreto e cadeias de Markov de estado discreto (dependendo da disponibilidade de tempo).

Observação: Processos Estocásticos são estudados na disciplina ELE-34 (oferecida no semestre seguinte).

4 Bibliografia

A bibliografia sugerida para a disciplina inclui os seguintes textos:

1. *Probability and Random Processes with applications to Signal Processing*, 3a edição, Henry Stark e John W. Woods, Prentice-Hall Inc., 2002.
2. *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*, quarta edição, Athanasios Papoulis e S. Unnikrishna Pillai, McGraw-Hill, 2002.
3. *Probability, Random Variables, and Random Signal Principles*, 3a edição, Peyton Z. Peebles Jr., 1993.

Outros livros-texto de interesse para leitura adicional são

- *Measure, Integral and Probability*, Marek Capiński e Ekkehard Kopp, Springer Undergraduate Mathematics Series, Springer Verlag, 1999.
- *Probabilidade: um curso em nível intermediário*, Barry R. James, Segunda Edição, Projeto Euclides, Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), Rio de Janeiro, 2002.