

# IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS

## ALGUNS ASPECTOS PRÁTICOS

**GABRIELA W GABRIEL**

IEE-S / ITA – Sala 195 – Ramal 5991

ggabriel@ita.br / gabriela.gabriel@gp.ita.br

São José dos Campos, 11 de Maio de 2021

# CONTEÚDO

**1** INTRODUÇÃO

**2** PROCEDIMENTO DE IDENTIFICAÇÃO

**3** DETERMINAÇÃO DO MODELO

# PREFÁCIO

“Identificação é a arte de CONSTRUIR modelos matemáticos de sistemas dinâmicos a partir de observações de dados de entrada-saída.”

Ljung

# IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS

► Objetivo:

S : Sistema Físico

Lei Matemática

Gráfico

Tabela

# IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS

► Objetivo:

S : Sistema Físico

Lei Matemática

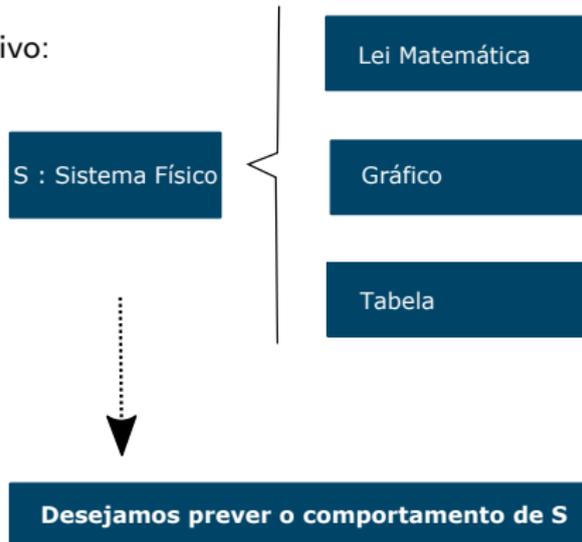
Gráfico

Tabela

**Desejamos prever o comportamento de S**

# IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS

► Objetivo:



- Obtenção de um **MODELO MATEMÁTICO** baseado em **dados observados** e **conhecimentos a priori** do sistema a ser identificado.

# IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS

- ▶ Os métodos podem divididos em:
  - **PARAMÉTRICOS** - quando dependem de parâmetros a estimar
  - **NÃO-PARAMÉTRICOS** - quando não dependem de parâmetros. Exemplo: gráfico, tabela
  
- ▶ ou ainda em:
  - **DETERMINÍSTICOS** - a planta é determinística e não há ruídos incidentes
  - **ESTOCÁSTICOS** - a planta é estocástica ou há ruídos incidentes

## IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS

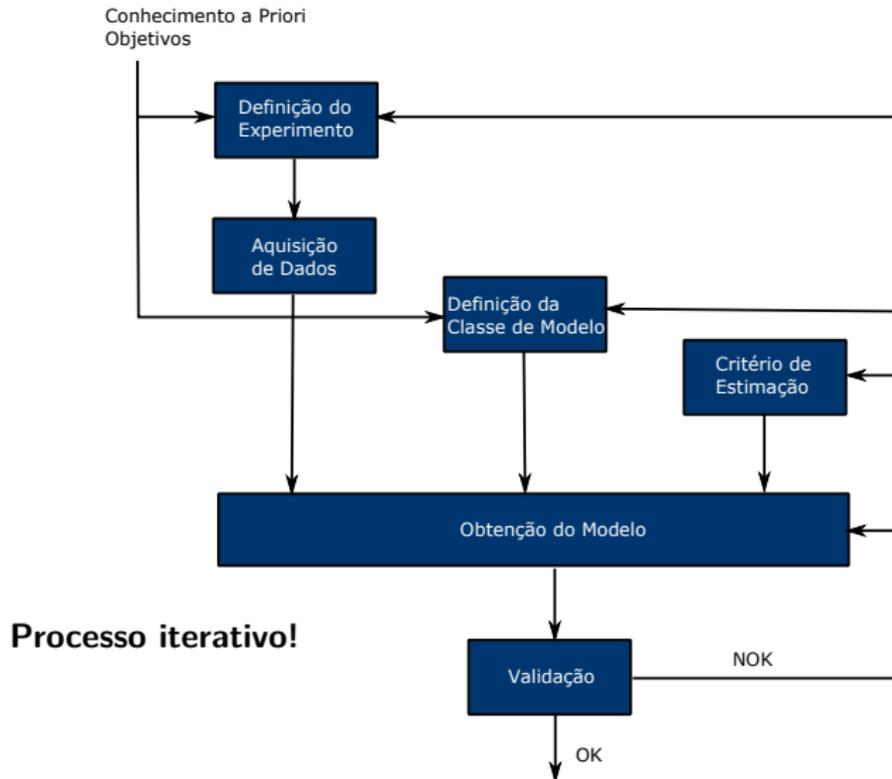
- ▶ Para o processo de identificação assumimos que, durante a realização dos experimentos:
  - Sistema **INVARIANTE NO TEMPO**
  - Sinais medidos são **ESTACIONÁRIOS**
- ▶ Assim, tanto a função que descreve o sistema quanto os parâmetros são **ÚNICOS**. A relação é do tipo:

$$y_i = f(x, \varphi_i), \quad i = 1, 2, \dots, k$$

onde  $\varphi$  é o conjunto de regressores

- ▶ Por simplicidade, em geral assumimos que  $f$  descreve uma função linear em  $x$ , o que permite utilizar os métodos de estimação lineares vistos no capítulo anterior.

# ALGORITMO PARA IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS



# FUNDAMENTOS DA IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS

- ▶ Desta forma a **IDENTIFICAÇÃO** baseia-se fundamentalmente em
  - Seleção de **informação** de qualidade
  - Seleção da **classe** e **ordem** do modelo adequados
  - **Estimação paramétrica** do modelo
  - **Validação** do modelo

## ASPECTOS PRÁTICOS DA IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS

- ▶ Em geral o primeiro modelo obtido falha!
- ▶ Razões para a falha:
  - A massa dos dados de entrada/saída não continha informações suficientes.
  - A família de modelos adotada não foi bem escolhida
  - O critério para cálculo dos parâmetros não foi bem escolhido
  - O procedimento de cálculo dos parâmetros falhou
- ▶ Segundo (Ljung, 1987) o processo de identificação consiste de fato em resolver estes problemas.
- ▶ A **Teoria de Identificação** é baseada em **propriedades estatísticas** das grandezas relacionadas devido a presença de **ruídos**.

# CONCEITOS INICIAIS

## ► GLOSSÁRIO

- Complexidade do Modelo: reflete o tamanho do vetor de parâmetros ou outra medida que indique a quantidade de parâmetros a serem determinados
- Informação: reflete a
  - Quantidade de informação presente nos dados
  - Quantidade de informação que se conhece a priori
- Estimação: corresponde à identificação do modelo de acordo com os dados de estimação disponíveis
- Validação: é a averiguação da utilidade do modelo em que considera-se outros conjuntos de dados além daqueles utilizados para a estimação
- Adequação do Modelo: medida escalar que indica o quão bem o modelo explica a massa de dados disponíveis

## TIPOS DE MODELAGEM

- ▶ **MODELAGEM CAIXA BRANCA:** conhecemos o sistema físico a fundo, corresponde a uma modelagem conceitual definida pela física ou natureza do processo
- ▶ **MODELAGEM CAIXA PRETA:** também conhecida como modelagem empírica, quando conhecemos pouco ou nenhuma informação sobre o sistema
- ▶ **MODELAGEM CAIXA CINZA:** conhecemos a lei matemática que rege o processo porém desejamos determinar seus parâmetros empiricamente

## HIPÓTESES SIMPLIFICADORAS

► **LINEARIDADE:** sistema satisfaz o princípio da superposição

- Linearidade Estática:  $y = cx + e$
- Linearidade Dinâmica:  $\dot{x} = ax + u$

OBSERVAÇÃO: Sistemas bilineares

► **INVARIÂNCIA NO TEMPO:** a dinâmica do sistema não se altera no período em que o sistema é considerado

OBSERVAÇÃO: Ação do envelhecimento, agentes externos, modos de operação

**Sistemas descritos por um modelo único representado por EDO com parâmetros reais e constantes**

## TIPOS E CLASSES DE MODELOS

**MODELO** é a representação de algumas características do sistema que re-  
fletem o comportamento **ENTRADA** × **SAÍDA** observada

- ▶ Expressões matemáticas
- ▶ Gráficos
- ▶ Tabelas

- ▶ **CLASSE DE MODELO** ( $\mathcal{M}$ ) corresponde a um conjunto de modelos descritos por uma quantidade finita de parâmetros
- ▶ Sistemas **REAIS** são **DINÂMICOS**
- ▶ Escolher entre um modelo **estático** e **dinâmico** é uma **DECISÃO DE PROJETO**.

## TIPOS DE MODELOS

A) **Funções de Transferência de Modelo Estático Estocástico**

$$y[k] = \mathcal{K}u[k] + w[k]$$

onde  $\mathcal{K}$  é o parâmetro a ser determinado

B) **Função de Transferência de Modelo Dinâmico Estocástico**

$$A(q^{-1})y[k] = B(q^{-1})u[k] + C(q^{-1})e[k]$$

onde  $A(\cdot)$ ,  $B(\cdot)$  e  $C(q^{-1})$  contêm os parâmetros a serem determinados

C) **Representação no EE de Sistemas Dinâmicos Estocásticos**

$$x[k+1] = Ax[k] + Bu[k] + Ke[k]$$

$$y[k] = Hx[k] + e[k]$$

onde  $A$ ,  $B$ ,  $K$  e  $H$  contêm os parâmetros a serem determinados. Este tipo possui complexidade similar à representação anterior.

## EXERCÍCIO

- Considere o conjunto de dados de entrada  $\times$  saída fornecidos em 'data.mat' e obtenha o modelo adequado representa os dados fornecidos.
- 1 Plote  $u[k] \times y[k]$ ,  $u[k] \times t$  e  $y[k] \times t$  e observe a função  $y[k] = f(u[k])$
  - 2 Determine uma classe/ordem de modelos adequada
  - 3 Determine os parâmetros do modelo
  - 4 Determine o estimador um passo a frente  $\mathcal{E}\{y[k]|x[k-1], y[k-1]\}$
  - 5 Determine o erro de estimação para o modelo e conjunto de dados fornecidos. Repita para o conjunto de dados 'verif.mat'. O modelo identificado representa bem a massa de dados fornecida?

## ORDEM DO MODELO

- ▶ Métodos práticos para verificar a ordem do sistema:
  - Monitorar o CANCELAMENTO DE POLOS E ZEROS a medida em que a ordem do sistema é aumentada;
  - Verificar os AUTOVALORES de  $Z'Z$ , sendo  $Z = \begin{bmatrix} \varphi & y \end{bmatrix}$   
onde  $\varphi$  é a matriz de regressores e  $y$  o vetor de saídas

## MÉTODOS DE MONITORAMENTO DA ORDEM DO MODELO

### ► Método do CANCELAMENTO DE POLOS E ZEROS.

Seja  $q^*$  a ordem efetiva do sistema. Então,

- $q < q^*$ : O modelo não descreverá as características necessárias do sistema
- $q > q^*$ : **Sistemas lineares**: há cancelamento de polos e zeros ; **Sistemas não lineares**: destrói a dinâmica do sistema

### ► Método dos AUTOVALORES DE $Z'Z$ .

Seja  $\lambda(Z'Z)$  os autovalores de  $Z'Z$ . Então,

- Se  $Z'Z$  não possui autovalores repetidos:  $q \leq q^*$
- Se pelo menos um dos autovalores de  $Z'Z$  possui multiplicidade **MAIOR que 1**:  $q > q^*$