

LEITURA COMPLEMENTAR – 04

Sensibilidade de Sistemas Dinâmicos a Variações de Parâmetros

Profa. Gabriela W. Gabriel

21 de Agosto de 2023

I PRELIMINAR

Neste texto falaremos sobre mais uma medida de desempenho, relacionada à robustez do sistema. Esta medida é a **SENSIBILIDADE** do sistema às variações de parâmetro.

Em geral, as funções de transferência que utilizamos (modelos matemáticos) não são exatas, seja por variações do ambiente, envelhecimento de peças, desconhecimento dos valores exatos dos coeficientes que modelam este sistema, entre outros fatores. O estudo da sensibilidade nos permite verificar como o sistema se comporta, em relação a estas variações de parâmetros da planta ao fecharmos a malha de controle.

Considere então um sistema dinâmico em malha aberta, $G(s)$, de forma que

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

e considere uma variação de $G(s)$, dada por $G(s) + \Delta G(s)$, tal que sua saída correspondente, para uma mesma entrada, será $Y(s) + \Delta Y(s)$ sendo $\Delta Y(s) = \Delta G(s)U(s)$. Definimos a função de **sensibilidade** como a relação entre a variação percentual do sistema e a variação percentual da saída, que no caso do sistema em malha aberta, corresponde

$$\mathcal{S}(s) = \frac{\Delta Y(s)/Y(s)}{\Delta G(s)/G(s)} = 1 \quad (1)$$

Para variações infinitesimais do sistema, teremos que

$$\mathcal{S}(s) = \frac{\partial Y(s)}{\partial G(s)} \cdot \frac{G(s)}{Y(s)} = \frac{\partial \ln Y(s)}{\partial \ln G(s)}$$

Agora, vamos realimentar o sistema segundo o diagrama da Figura 1 com $H(s) = 1$. Teremos que $Y(s) = F(s)R(s)$, onde

$$F(s) = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)}$$

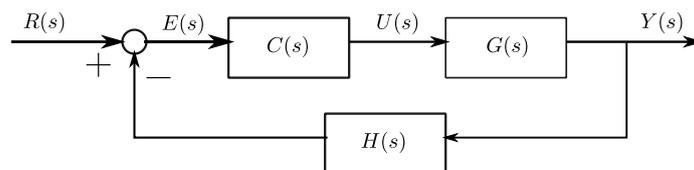


Figura 1: Sistema de controle em malha fechada.

Porém, teremos que

$$\begin{aligned}
 Y(s) + \Delta Y(s) &= \frac{C(s)(G(s) + \Delta G(s))}{1 + C(s)(G(s) + \Delta G(s))} R(s) \\
 &= \left[\frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} \right] R(s) + \left[\frac{C(s)(G(s) + \Delta G(s))}{1 + C(s)(G(s) + \Delta G(s))} - \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} \right] R(s)
 \end{aligned}$$

$$\Delta Y(s) = \frac{C(s)\Delta G(s)}{(1 + C(s)G(s) + C(s)\Delta G(s))(1 + C(s)G(s))} R(s)$$

Logo, para pequenas variações de $\Delta G(s)$,

$$\Delta Y(s) \approx \frac{C(s)\Delta G(s)}{[1 + C(s)G(s)]^2} R(s)$$

Assim, a função de sensibilidade poderá ser reescrita como

$$\mathcal{S}(s) = \frac{\partial Y(s)}{\partial G(s)} \frac{G(s)}{Y(s)} = \frac{1}{1 + C(s)G(s)} \quad (2)$$

A função obtida em (2) é bem diferente da formulação anterior, (1), quando o sistema estava em malha aberta. Neste caso, a sensibilidade devido a variações da planta é reduzida por um fator de $(1 + C(s)G(s))$ que, observem, depende do elemento controlador projetado. Assim, podemos escrever as definições abaixo.

A **SENSIBILIDADE DE UM SISTEMA** é a razão entre a variação percentual da sua saída, $Y(s)$, e a variação percentual da FT do processo no qual se deseja provocar pequenas variações, $G(s)$.

$$\mathcal{S}(s) = \frac{\partial Y(s)}{\partial G(s)} \cdot \frac{G(s)}{Y(s)}$$

A **SENSIBILIDADE EM RELAÇÃO A UM PARÂMETRO** é a razão entre a variação percentual de uma função e a variação percentual do parâmetro em análise. Por exemplo, a sensibilidade do erro em regime, e_∞ , em relação a um ganho K do sistema é dada por

$$\mathcal{S} = \frac{\partial e_\infty}{\partial K} \cdot \frac{K}{e_\infty}$$

REFERÊNCIAS

- [1] Ogata, K. *Engenharia de Controle Moderno*. Rio de Janeiro: Prentice-Hall, 1982.
- [2] Geromel, JC; Korogui, RH. *Controle Linear de Sistemas Dinâmicos: teoria, ensaios práticos e exercícios*. São Paulo: Blucher, 2011.
- [3] Dorf, RC; Bishop, RH. *Sistemas de Controle Modernos*, 11a ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.
- [4] Nise, NS. *Engenharia de Controle Moderno*, 3a ed. Rio de Janeiro: LTC, 2002.