



DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA AEROESPACIAL
INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA

Lista de Exercício 00

Disciplina: EES-10/EES-22 – Controle Clássico I

Professora: Gabriela Gabriel

1. Considere o servomecanismo da Figura 1. Considere que u é a tensão externa que alimenta o motor

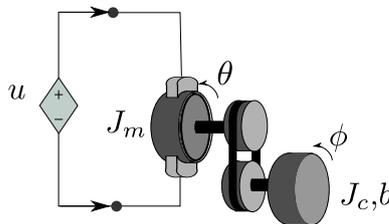


Figura 1 – Representação esquemática de um servomecanismo.

b é o atrito viscoso torcional, J_c e J_m são os momentos de inércia da carga e do motor, sendo $J = J_c + J_m/c^2 = 0,069$ [kg.m²], e c é a relação entre os ângulos do motor, θ , e da carga, ϕ , sendo $\phi = c\theta$. Portanto, por construção $c = r_m/r_c$ é a razão entre os raios das engrenagens do motor e da carga, respectivamente.

Neste sistema, considere que o torque total aplicado ao motor é proporcional a tensão aplicada ao estator, ou seja, $T_{tot} = Ku$ [Nm], onde $(K/c) = 0,800$ [Nm/V]. O atrito viscoso incidente na carga é $b = 0,139$ [Nm].

- a) Obtenha a equação diferencial que descreve a dinâmica deste sistema. Considere que o sinal de entrada é a tensão $u(t)$ [V] aplicada ao motor e a saída, a posição angular $\phi(t)$ [rad]. Apresente um modelo, entrada-saída no domínio do tempo, para este sistema. Para isso, considere condições iniciais nulas.
- b) Obtenha a solução do modelo encontrado no item anterior através do método dos coeficientes a determinar, sendo $\phi(0) = \pi/6$ [rad] e $\dot{\phi}(0) = 0$ [rad/s]. Simule a solução temporal no Matlab. Apresente no mesmo gráfico uma entrada degrau unitário e a saída obtida para este tipo de entrada, considerando a solução a partir das condições iniciais fornecidas neste item.
- c) Qual a resposta (analítica) deste sistema para $t \rightarrow \infty$?
- d) Obtenha a função de transferência para este sistema.

2. Uma mola com constante elástica κ e comprimento em repouso l_0 está presa em uma de suas extremidades ao teto. Em sua outra extremidade há uma massa m . Ver Figura 2. Assuma que durante o movimento a mola não se dobra.

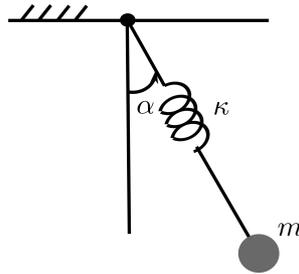


Figura 2 – Figura pêndulo com mola.

- Obtenha o modelo matemático que descreve o movimento da massa.
 - Encontre um ponto de equilíbrio do sistema.
 - Linearize o modelo em torno do ponto de equilíbrio encontrado em b).
3. Considere o sistema massa-mola-engrenagens apresentado na Figura 3 em que uma massa M está presa a parede com uma mola de constante elástica κ e o coeficiente de atrito entre a massa e o ar é b . Essa massa está conectada em um sistema de engrenagens com momentos de inércia J_1 e J_2 com raios, respectivamente r_1 e r_2 . O conjunto é movimentado através de uma força $f(t)$ aplicada às engrenagens como mostra a figura.
- Determine o modelo matemático que relaciona o movimento da massa M com a força $f(t)$.
 - Qual a frequência natural de oscilação deste conjunto?
 - Para uma força $f(t)$ do tipo degrau unitário, qual o valor da posição da massa M para $t \geq 0$ suficientemente grande?
 - Para $M = 1,5$ [kg], $b = 1,5$ [kN.s/m], $\kappa = 0,25$ [N/m], $J_1 = 3,6 \times 10^{-2}$ [kg.m²], $J_2 = 1,0 \times 10^{-3}$ [kg.m²], $r_1 = 0,3$ [m] e $r_2 = 0,1$ [m], qual o comportamento da posição da massa M para $t \geq 0$ suficientemente grande quando a força aplicada é do tipo $f(t) = \sin(2t)$?

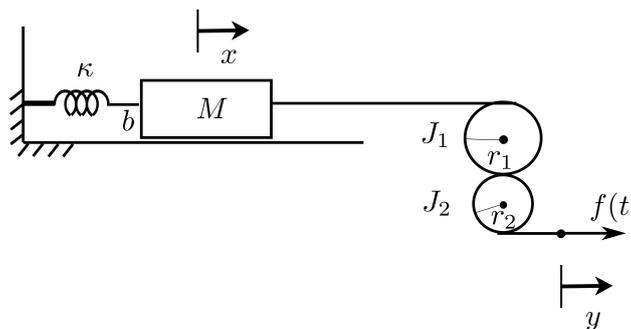


Figura 3 -Sistema massa-mola-engrenagens.

4. No sistema mecânico da Figura 4, uma massa m encontra-se no interior de uma caixa aberta de massa M . O coeficiente de atrito viscoso entre as superfícies das duas massas

é b e a superfície sobre a qual se encontra a massa M é perfeitamente lisa. Determine o modelo matemático deste sistema e, posteriormente, as funções de transferência e as respectivas representações no espaço de estados, para os casos:

- o deslocamento $x(t)$ da massa m e a força aplicada $f(t)$.
- o deslocamento $y(t)$ da massa M e a força aplicada $f(t)$.
- o deslocamento $z(t)$ do ponto entre as duas molas e a força aplicada $f(t)$.

Neste sistema, queremos controlar o deslocamento relativo entre a massa m em relação à caixa M , $x(t) - y(t)$, utilizando para isso a medida da posição da caixa $y(t)$. Para isso, devemos implementar um sistema de controle em malha fechada no qual um sinal de referência adequado $r(t)$ é comparado ao valor atual de $y(t)$. O erro entre estes sinais será a entrada do controlador $C(s)$ que sintetizará a força $f(t)$ adequada. Esquematize o diagrama de blocos correspondente ao sistema em malha fechada descrito e calcule a função de transferência entre a referência e a grandeza de interesse.

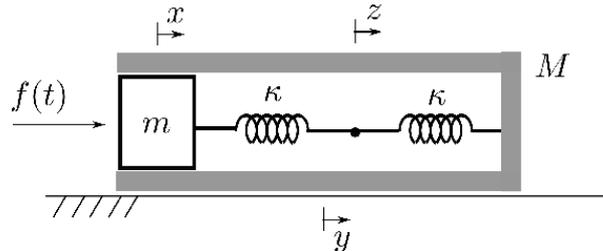


Figura 4 – Sistema mecânico caixa de elevador.

- O circuito elétrico apresentado na Figura 5 é alimentado por uma fonte de corrente denotada por $i(t)$. Determine o modelo matemático deste sistema e sua função de transferência $V(s)/I(s)$.

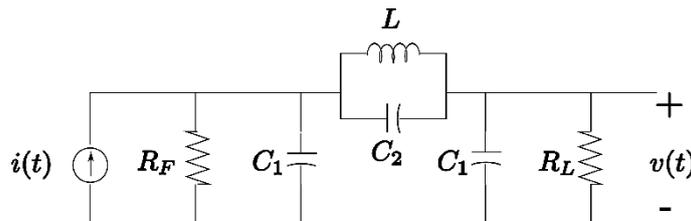


Figura 5 – Esquemático de um circuito elétrico.

- No circuito da Figura 6, $U(s)$ é uma fonte de tensão, $A_1(s)$ e $A_2(s)$ representam, respectivamente, as funções de transferência de um amplificador diferencial e de um amplificador de um estágio de saída, dadas por

$$A_1(s) = \frac{A_1}{\tau_1 s + 1}, \quad A_2(s) = \frac{A_s}{\tau_2 s + 1}$$

e, R_1 e R_2 são resistências. Considerando $V(s)$ a saída de interesse e supondo que as impedâncias de entrada dos amplificadores são infinitas e suas impedâncias de saída são nulas:

- Calcule a função de transferência entre a entrada $U(s)$ e a saída $V(s)$.
- Calcule a função de transferência entre o ruído $W(s)$ e a saída $V(s)$.
- Esboço o diagrama de blocos correspondente ao circuito em malha fechada.
- Considerando que $A_1 = 20$, $A_2 = 1$, $\tau_1 = 5 \times 10^{-3}$ [s], $\tau_2 = 10^{-2}$ [s], $R_1 = R_2 = 1$ [k Ω] e $u(t)$ um sinal degrau com amplitude 5 [V], calcule o valor de $v(t)$ em regime permanente para $w(t) \equiv 0$.

- e) Compare a largura de faixa do sistema em malha aberta com a largura de faixa com o sistema em malha fechada.
- f) Considerando a resposta anterior, se ocorrer variação de 20% no valor de A_1 , qual será a variação percentual do valor em regime de $v(t)$?
- g) Supondo que o ruído seja do tipo $w(t) = 0,1 \sin(100t)$ [V], determine a relação sinal ruído existente na saída do amplificador para o sistema em malha aberta e para o sistema em malha fechada.

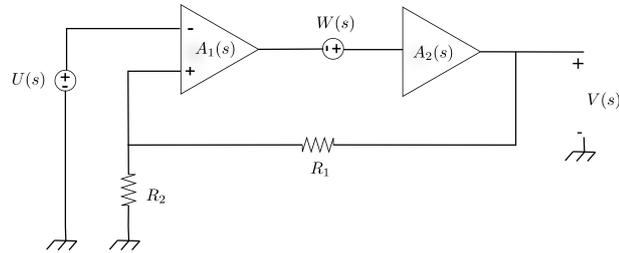


Figura 6 – Amplificador não-inversor.