

Prof. Gabriela W. Gabriel  
Instituto Tecnológico de Aeronáutica  
IEE-S / ITA - Sala 195 - Ramal 5991  
ggabriel@ita.br / gabriela.gabriel@gp.ita.br  
www.ele.ita.br/~ggabriel

São José dos Campos, 24/06/2024.

# EES-32 CONTROLE CLÁSSICO II

Controlador PID Discreto



Prof. G. W. Gabriel

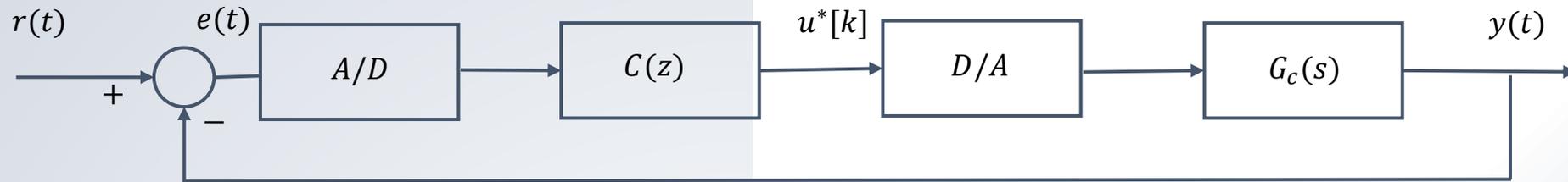
# TÓPICOS

- Controladores PID Discreto



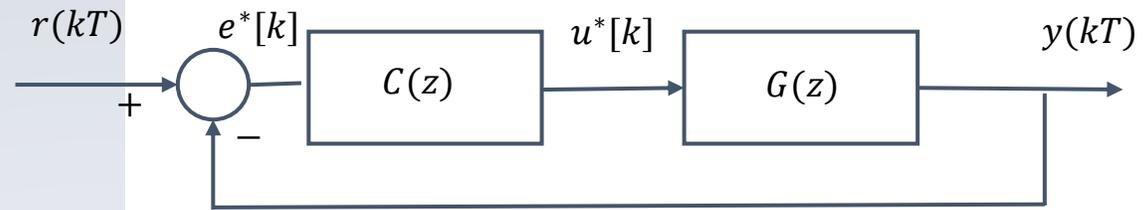
# PROJETO DE PID DISCRETO

- Considere o sistema de controle digital



# PROJETO DE PID DISCRETO

■ Seu equivalente discreto é



■ Para este sistema

- $C(z)$  é o controlador discreto a ser projetado;
- $G(z)$  é o sistema contínuo descrito através de sua **função de transferência pulsada de  $G_c(s)$**

$$G(z) = \mathcal{Z} \left\{ \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1 - e^{-st}}{s} G_c(s) \right\} \right\}$$

# PROJETO DE PID DISCRETO

- No caso contínuo, projetamos os controladores PID como

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = T_p + \frac{1}{T_i} \frac{1}{s} + T_d s$$

- Utilizando uma discretização trapezoidal (Tustin) do controlador, para período de amostragem  $T$ , obtemos

$$u^*(kT) = T_p \left[ \underbrace{e^*(kT)}_{\text{Proporcional}} + \frac{1}{T_p T_i} \underbrace{\int_0^{t=kT} e^*(\tau) d\tau}_{\text{Integral}} + \frac{T_d}{T_p} \underbrace{\left. \frac{de^*(t)}{dt} \right|_{t=kT}}_{\text{Derivativo}} \right]$$

# PROJETO DE PID DISCRETO

■ Fazendo uma aproximação trapezoidal

$$u^*(kT) = T_p \left[ e^*(kT) + \frac{T}{T_p T_i} \sum_{j=1}^k \frac{e^*(jT) + e^*((j-1)T)}{2} + \frac{T_d}{T_p T} (e^*(kT) - e^*((k-1)T)) \right], e^*(0) = 0$$

$$\frac{U^*(z)}{E^*(z)} = T_p \left[ 1 + \frac{T}{2T_p T_i} \left( \frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}} \right) + \frac{T_d}{T_p T} (1-z^{-1}) \right] = T_p \left[ 1 + \frac{T}{2T_p T_i} \left( \frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}} \right) + \frac{T_d}{T_p T} (1-z^{-1}) \right]$$

$$\frac{U^*(z)}{E^*(z)} = K_p \frac{z}{z-1} + K_i \frac{1}{z-1} + K_d \frac{z-1}{z} = \frac{K(z-c_1)(z-c_2)}{z(z-1)}$$