EES-01/2011 – Série 4

1- Dado que:

$$\tilde{x}(t) = 44\pi\,[\mathrm{sinc}^2(\pi t).\cos(11\pi t)] * \mathrm{sinc}(11\pi t)$$

a) Obter a transformada de Fourier do sinal.
b) Esboçar seu espectro em freqüência.
c) Determinar o maior período de amostragem T, de modo que o sinal original amostrado com esse período, possa ser reconstruído (interpolado) sem erro a partir do sinal amostrado.
d) Determinar a resposta ao impulso do filtro de amostragem necessário para realizar a interpolação sem erro. Atenção para a amplitude do filtro de amostragem.

2- Determine a transformada z nos seguintes casos, onde os sinais são sempre unilaterais à direita (valores não nulos apenas para $t \geq 0$):
a) $x[k] = 2^{-k} + 0{,}8^k$
b) $x[k] = e^{-0{,}5k}$
c) $x[k] = e^{-2k}\mathrm{sen}(0{,}5\pi k)$
d) $x[k] = e^{-2k}\mathrm{sen}(0{,}1\pi k)$

3- Prove os seguintes teoremas/propriedades da transformada Z:
a) Teorema do deslocamento
b) Teorema da modulação
c) Convolução discreta
d) Inversão do tempo $Z\{x[-k]\} = X(z^{-1})$
e) Multiplicação por k: $Z\{k\,x[k]\} = -z\dfrac{dX(z)}{dz}$

4- Determine a transformada z inversa das seguintes funções (sinais unilaterais à direita):
a) $G(z) = z^3 - 1$
b) $G(z) = \dfrac{1}{z^3} - 1$
c) $G(z) = \dfrac{1}{z^3 - 1}$
d) $G(z) = \dfrac{z+1}{z-0{,}5}$
e) $G(z) = \dfrac{2z^2 - 4z + 2}{z(z-1)}$
f) $G(z) = \dfrac{z-1}{z(z+0{,}5)}$
g) $G(z) = \dfrac{z-1}{z(z-0{,}5)^2}$

5- Calcule numericamente os 5 primeiros termos das seguintes seqüências y[k]:
a) $y[k] = x[k] - 2y[k-1] - y[k-2]$; $x[k] = u[k]$ (degrau unitário), condições iniciais nulas.
b) $y[k] + y[k-2] = x[k]$; $x[k] = (-1)^k.u[k]$; condições iniciais $y[0] = 0$, $y[1] = 5$.

6- Utilizando a transformada z, obtenha a expressão de y[k] para as seqüências do exercício anterior e confira os 5 primeiros termos.

7- Dados $G(z) = \dfrac{z}{z+1/2}$ e $u[k] = \left(\dfrac{1}{2}\right)^k$ $(k \geq 0)$, obter a expressão para y[k].

8- Um sistema é modelado pela equação a diferenças: $y[k] - 0{,}5y[k-1] + 0{,}25y[k-2] = u[k]$.
Calcule a resposta y[k] para $u[k] = \left(\dfrac{1}{2}\right)^k$ $(k \geq 0)$.

9- Seja: $y[k] - 0{,}5y[k-1] = 2u[k] + 0{,}5u[k-1]$ e u[k] = degrau unitário.
Determine y[k] para $(k \geq 0)$. Quanto vale y[0]?

10- Seja $y[k] - 0{,}5y[k-1] = 2u[k] + 0{,}5u[k-1]$, e $u[k] = 0$ e $y[0] = A$.
Determine a expressão de y[k] para $(k \geq 0)$.

11- Lembrando que o sistema $y[k] - 0,5y[k-1] = 2u[k] + 0,5u[k-1]$ é linear e invariante no tempo, determine a expressão de $y[k]$ para ($k \geq 0$), sabendo que $u[k]$ = degrau unitário e $y[0] = 3$.

12- Para que faixa de valores de k o sistema com a seguinte função de transferência é estável?

$$G(s)=\frac{s+3}{(s+5+k)(s+20-k)(s^2+2s+k)}$$

13- Para que faixa de valores de k o sistema com a seguinte função de transferência é estável?

$$G(s)=\frac{z}{(z+5+k)(z-5-k)}$$

14- Verique se cada um dos seguintes polinômios pode ser o denominador de uma função de transferência estável:

a) $2s^4+11s^3+20s^2+17s+5$

b) $s^4+4s^3+8s^2+7s+2$

c) s^3+2s^2+s+2

d) $s^5+2s^4+4s^3+16s^2+8s+2$

15- Para que valores de k a seguite função de transferência seria estável:

$$G(s)=\frac{s+3}{s^3+(3-2k)s^2+(4-4k+k^2)s+2-2k+k^2}$$

16- Dado o sistema IIR modelado pela seguinte equação a diferenças:

$$y[k] - 0,25y[k-2] = u[k]$$

a) Obtenha a função de transferência $G_{FIR}(z)$ de um sistema FIR, que aproxime o comportamento do sistema IIR, de modo que as 5 primeiras componentes da resposta a impulso sejam as mesmas. Isto é: $g[k] = g_{FIR}[k]$ $(0 \leq k \leq 4)$.

b) Obtenha a expressão para a saída $y_{FIR}[k]$ para uma entrada $u[k]$ degrau unitário.

c) Obtenha a expressão para o erro de aproximação $e[k] = y[k] - y_{FIR}[k]$ para uma entrada degrau unitário.

d) Obtenha os 8 primeiros termos de $e[k]$ e o valor de $e[k]$ para $k \to \infty$.

17- Para quais valores de k o sistema representado por $G(s)=\dfrac{100}{(s+100)(s+10)(s-1)+100k}$ será BIBO estável?

18- Um sistema é modelado pelas seguintes equações a diferenças:

$$x_1[k+1] = 0,8x_1[k] + u[k]$$
$$x_2[k+1] = 1,2x_2[k] - 0,1x_1[k]$$
$$y[k] = x_2[k]$$

E sabe-se que $y[0] = 190$ e $y[-1] = 200$.

Obtenha a expressão de $y[k]$, $k > 0$ para $u[k] = 0$;

O sistema é BIBO estável?

19- Um sistema é modelado pelas seguintes equações a diferenças:

$$x_1[k+1] = -0,8x_1[k] + u[k]$$
$$x_2[k+1] = -1,2x_2[k] - 0,1x_1[k]$$
$$y[k] = x_2[k]$$

Obtenha a saída do sistema para uma entrada degrau unitário.

O sistema é BIBO estável?