

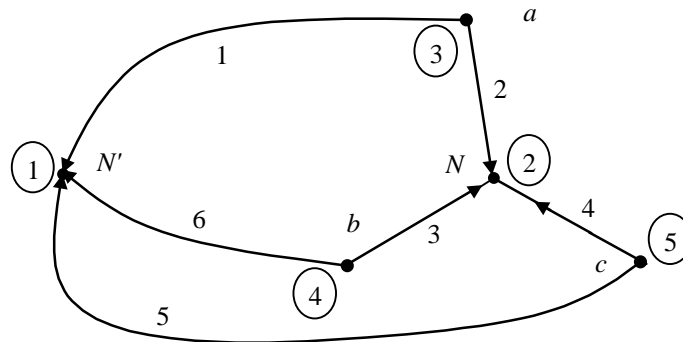
Solução do exercício 1 - Capítulo 1

a)

$$v_{b-N} = v_{b-N'} + v_{N'-a} + v_{a-N} = 100 + (-100) + 16,7 = 16,7 [\text{V}]$$

$$v_{c-N} = v_{c-N'} + v_{N'-a} + v_{a-N} = 50 + (-100) + 16,7 = -33,3 [\text{V}]$$

b) Um dígrafo para o circuito é



A matriz de incidência correspondente vale

$$A_a = \begin{matrix} \text{ramos} \rightarrow & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{nó 1} \\ \text{nó 2} \\ \text{nó 3} \\ \text{nó 4} \\ \text{nó 5} \end{matrix} & \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

A matriz de incidência reduzida para o nó 1 (N') como nó de referência é

$$A = \begin{matrix} \text{ramos} \rightarrow & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{nó 1} \\ \text{nó 2} \\ \text{nó 3} \\ \text{nó 4} \\ \text{nó 5} \end{matrix} & \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

A equação (vetorial) da lei de Kirchhoff das tensões é $v = A^T e$, onde e é o vetor das tensões nodais, que valem

$$\begin{aligned} e_2 &= v_{N-N'} \\ e_3 &= v_{a-N'} = 100 [\text{V}] \\ e_4 &= v_{N-N'} = 100 [\text{V}] \\ e_5 &= v_{c-N'} = 50 [\text{V}] \end{aligned}$$

Portanto as equações escalares indicadas abaixo levam ao mesmo resultado do item anterior.

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_2 \\ e_3 \\ e_4 \\ e_5 \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad \begin{bmatrix} v_{a-N'} \\ v_{a-N} \\ v_{b-N} \\ v_{c-N} \\ v_{c-N'} \\ v_{b-N'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ 16,7 \\ v_{b-N} \\ v_{c-N} \\ 50 \\ 100 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_2 \\ e_3 \\ e_4 \\ e_5 \end{bmatrix}$$

Observação: Embora a complexidade da solução para este problema usando o enfoque matricial seja maior, em problemas mais complexos (e realistas), a sistemática do enfoque matricial é vantajosa em relação a um equacionamento por inspeção.