

Solução do exercício 4 - Capítulo 8

Verificando a expressão (corrigida) no topo da página 109, constata-se que a questão sobre a estabilidade do circuito da Figura 8.5 pode ser decidida com base na análise do diagrama de Nyquist de $A(s)$.

Para o esboço do diagrama de Nyquist traça-se inicialmente a curva de Nyquist, que para este exemplo é idêntica à curva de Nyquist na Figura 8.11. Esta curva apresenta dois setores bem definidos:

- setor 1: $s = j\omega$, $-\infty < \omega < \infty$
- setor 2: $s = Re^{j\theta}$, $-90^\circ < \theta < 90^\circ$, $R \rightarrow \infty$

Pontos relevantes para o diagrama de Nyquist no setor 1 são os pontos de interseção com os eixos imaginário e real. Para calculá-los desenvolve-se inicialmente a expressão para $A(s)$ no setor 1.

$$A(s) = \frac{10^{26}}{(s + 6 \cdot 10^6)(s + 2,4 \cdot 10^7)(s + 2,4 \cdot 10^8)} = \frac{10^{26}}{s^3 + 2,7 \cdot 10^8 s^2 + 7,344 \cdot 10^{15} s + 3,456 \cdot 10^{22}}$$

$$A(j\omega) = \frac{10^{26}}{(3,456 \cdot 10^{22} - 2,7 \cdot 10^8 \omega^2) + j\omega(7,344 \cdot 10^{15} - \omega^2)} = \frac{10^{26} [(3,456 \cdot 10^{22} - 2,7 \cdot 10^8 \omega^2) - j\omega(7,344 \cdot 10^{15} - \omega^2)]}{(3,456 \cdot 10^{22} - 2,7 \cdot 10^8 \omega^2)^2 + \omega^2(7,344 \cdot 10^{15} - \omega^2)^2}$$

Interseções com o eixo imaginário:

$$(3,456 \cdot 10^{22} - 2,7 \cdot 10^8 \omega^2) = 0 \quad \omega = \pm 1,13 \cdot 10^7 \text{ com } A(\pm j1,13 \cdot 10^7) = \mp j1226$$

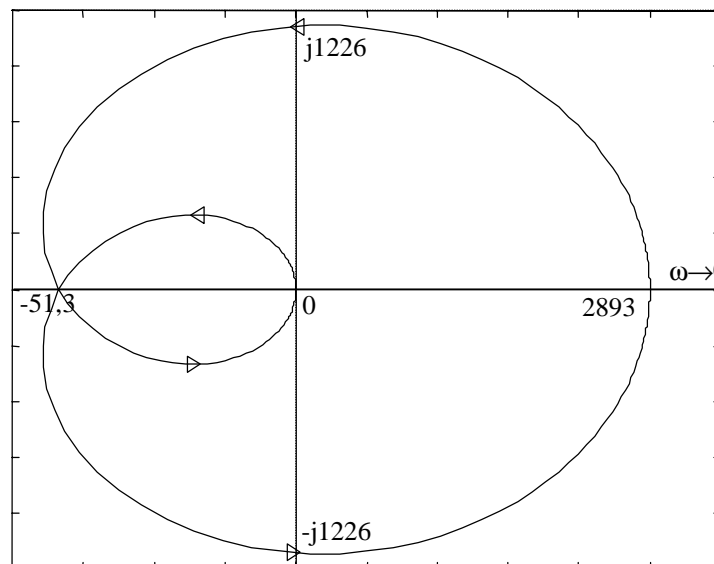
Interseções com o eixo real:

$$\omega(7,344 \cdot 10^{15} - \omega^2) = 0 \quad \omega = 0 \text{ com } A(0) = 2893 \quad \text{ou} \quad \omega = \pm 8,57 \cdot 10^7 \text{ com } A(\pm j8,57 \cdot 10^7) = -51,3$$

Para o setor 2 tem-se:

$$A(s)|_{\text{setor 2}} = \frac{10^{26}}{R^3 e^{j3\theta}} \xrightarrow{R \rightarrow \infty} 0$$

Com os resultados obtidos até este momento é possível esboçar o diagrama de Nyquist:



Portanto o circuito será estável se e somente se

$$\frac{-1}{k} < -51,3 \quad \text{ou} \quad k < \frac{1}{51,3} \quad \text{ou} \quad \frac{R_2}{R_1} > 50,3.$$

Esta restrição é necessária e suficiente para a estabilidade do circuito da Figura 8.5 com o amplificador operacional cujo modelo foi considerado neste problema.