

Solução do exercício 9 - Capítulo 7

a) Chamemos de $v_1(t)$ a tensão na saída do amplificador operacional. Neste caso tem-se:

$$v_1(t) = -v_o(t) - v_i(t) \text{ ou } V_1(s) = -V_o(s) - V_i(s)$$

e

$$V_o(s) = \frac{s-2}{(s+2)^2} V_1(s)$$

Portanto

$$V_o(s) = \frac{s-2}{(s+2)^2} [-V_o(s) - V_i(s)]$$

ou

$$V_o(s) = -\frac{s-2}{s^2+5s+2} V_i(s).$$

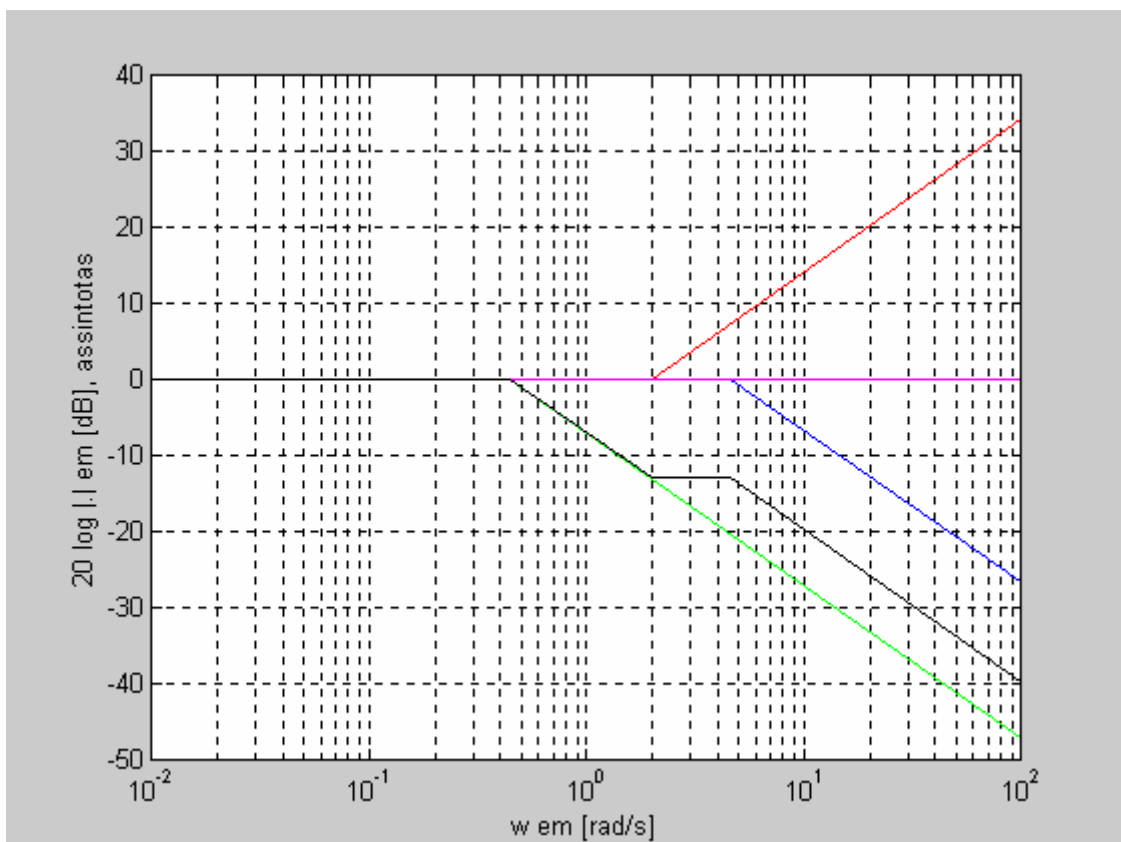
Desta forma a função de transferência vale:

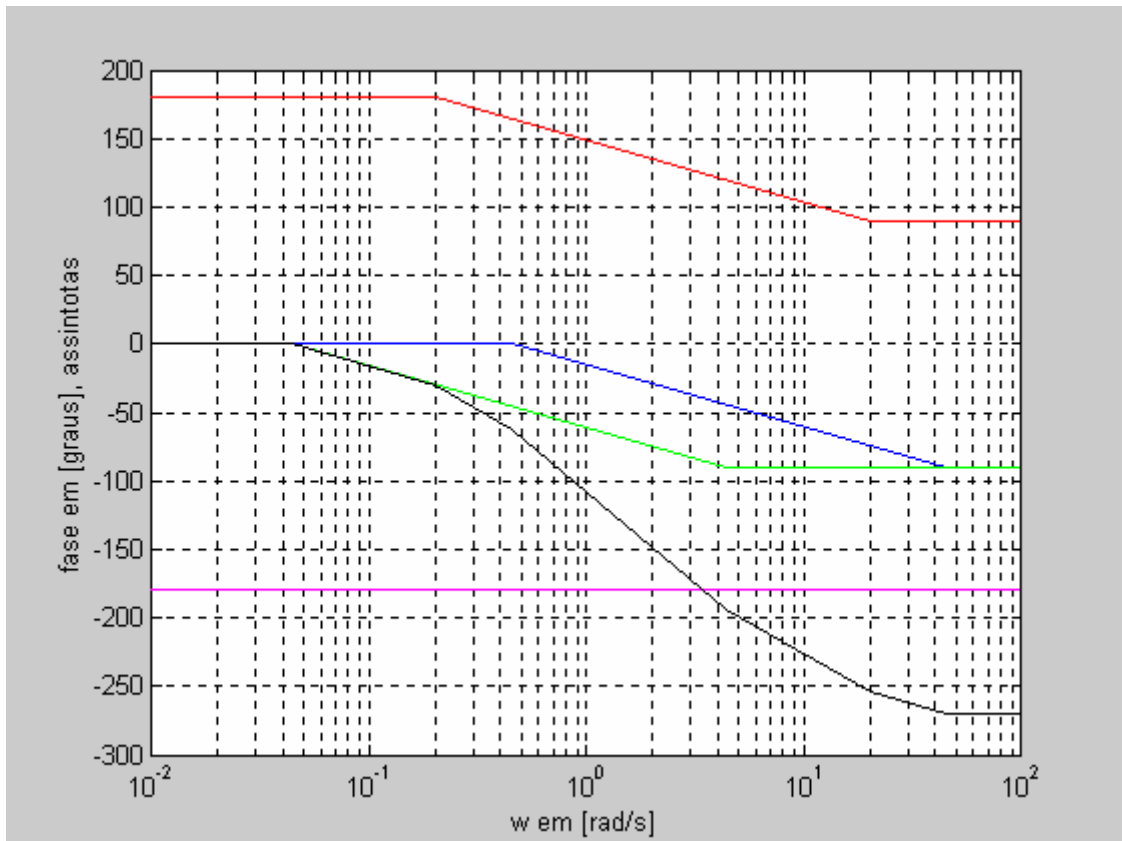
$$G(s) = -\frac{s-2}{s^2+5s+2}$$

b) Tem-se

$$G(s) = -\frac{s-2}{s^2+5s+2} = -\frac{s-2}{(s+4,56)(s+0,44)} = -\frac{2}{4,56 \cdot 0,44} \frac{\frac{1}{2}s-1}{(\frac{1}{4,56}s+1)(\frac{1}{0,44}s+1)}$$

Usando as técnicas de esboço discutidas no capítulo 7, obtêm-se as contribuições de cada termo (vermelho, verde, magenta e azul) e as assíntotas consolidadas (em preto) de magnitude e fase como mostrados nas figuras a seguir.





c) Como $V_o(s) = G(s)V_i(s)$, a resposta a degrau para condições iniciais nulas vale:

$$V_o(s) = G(s) \frac{1}{s} = -\frac{s-2}{s(s+4,56)(s+0,44)} = \frac{a}{s} + \frac{b}{s+4,56} + \frac{c}{s+0,44},$$

com

$$a = \left[-\frac{s-2}{s(s+4,56)(s+0,44)} s \right]_{s=0} = 1;$$

$$b = \left[-\frac{s-2}{s(s+4,56)(s+0,44)} (s+4,56) \right]_{s=-4,56} \cong 0,35;$$

$$c = \left[-\frac{s-2}{s(s+4,56)(s+0,44)} (s+0,44) \right]_{s=-0,44} \cong -1,35.$$

Portanto

$$v_o(t) = 1 + 0,35e^{-4,56t} - 1,35e^{-0,44t}.$$

d) De acordo com a definição de impedância temos:

$$Z_L(s) = \frac{V_o(s)}{I(s)}$$

e portanto

$$I(s) = \frac{G(s)V_i(s)}{Z_L(s)} = \frac{G(s)}{Z_L(s)} V_i(s).$$

No capítulo 7 foi demonstrado que se $v_i(t)$ for uma senóide de frequência ω_1 , $v_o(t)$ e $i(t)$ também serão sinais senoidais com a mesma frequência. A razão das amplitudes de $v_o(t)$ e $v_i(t)$ será $|G(j\omega)|_{\omega=\omega_1}$. A diferença de fase entre $v_o(t)$ e $v_i(t)$

será $\angle G(j\omega)|_{\omega=\omega_1}$. Analogamente a razão das amplitudes de $i(t)$ e $v_i(t)$ será $|G(j\omega)/Z_L(j\omega)|_{\omega=\omega_1}$, e a diferença de fase entre $i(t)$ e $v_i(t)$ será $\angle[G(j\omega)/Z_L(j\omega)]|_{\omega=\omega_1}$.

Portanto, para que as amplitudes de $i(t)$ e $v_i(t)$ tenham mesmo valor numérico, é necessário que

$$|G(j\omega)/Z_L(j\omega)|_{\omega=\omega_1} = 1 \Leftrightarrow |G(j\omega)|_{\omega=\omega_1} = |Z_L(j\omega)|_{\omega=\omega_1}$$

e para que a diferença de fase seja nula, é necessário que

$$\angle[G(j\omega)/Z_L(j\omega)]|_{\omega=\omega_1} = 0 \Leftrightarrow \angle G(j\omega)|_{\omega=\omega_1} = \angle Z_L(j\omega)|_{\omega=\omega_1}.$$

Estas duas equações são satisfeitas por exemplo para $Z_L(j\omega) = G(j\omega)$.