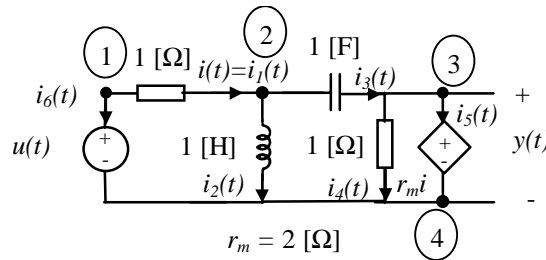
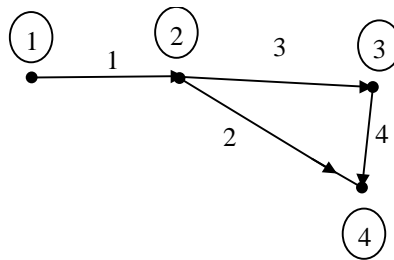


Solução do exercício 4 (parcial) - Capítulo 7

Para ilustrar o procedimento de solução deste exercício, considere-se o caso do segundo circuito da questão apenas. Inicialmente é conveniente estabelecer rótulos para ramos e nós do circuito:



a) Equacionemos o circuito usando o método da análise nodal modificada. Para fazer isto, obtemos inicialmente o dígrafo reduzido do circuito:



O nó 4 será usado como nó de referência. A matriz de incidência e a matriz de incidência reduzida para este grafo são:

$$A_a = \begin{matrix} \text{ramos} \rightarrow & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \text{nó 1} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \text{nó 2} & -1 & 1 & 1 & 0 \\ \text{nó 3} & 0 & 0 & -1 & 1 \\ \text{nó 4} & 0 & -1 & 0 & -1 \end{matrix} \rightarrow A$$

A equação da análise nodal é portanto

$$(AY_b A^T) \begin{bmatrix} E_1(s) \\ E_2(s) \\ E_3(s) \end{bmatrix} = I_f(s) = \begin{bmatrix} -I_6(s) \\ 0 \\ -I_5(s) \end{bmatrix},$$

onde

$$(AY_b A^T) = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1+s+\frac{1}{s} & -s \\ 0 & -s & s+1 \end{bmatrix}.$$

Observações:

- A admitância do indutor é $1/(sL)$ e a admitância do capacitor é sC .
- A matriz $AY_b A^T$ pode também ser construída por inspeção usando as seguintes regras: o i -ésimo elemento da diagonal é a soma de todas as admitâncias que chegam ao nó i ; o elemento da i -ésima linha e j -ésima coluna ($i \neq j$) é a soma com sinal trocado de todas as admitâncias que ligam os nós i e j . Esta regra vale apenas para a análise nodal, sendo que no caso da análise nodal modificada deve ser aplicada apenas ao circuito correspondente ao dígrafo reduzido.

As equações adicionais para a análise nodal modificada são:

$$E_1(s) = U(s)$$

$$E_3(s) = 2I(s) = 2 \frac{[E_2(s) - E_1(s)]}{1[\Omega]} \Rightarrow E_2(s) = \frac{1}{2} [E_3(s) + E_1(s)] = \frac{1}{2} [E_3(s) + U(s)]$$

Portanto o conjunto total é o seguinte (já feitas algumas substituições):

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} U(s) + \begin{bmatrix} -1 \\ 1+s+\frac{1}{s} \\ -s \end{bmatrix} \frac{1}{2} [E_3(s) + U(s)] + \begin{bmatrix} 0 \\ -s \\ s+1 \end{bmatrix} E_3(s) = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} I_6(s) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} I_5(s)$$

ou

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.5 \\ 0 & 0 & 0.5(1-s+\frac{1}{s}) \\ 0 & 1 & 0.5s+1 \end{bmatrix}}_M \begin{bmatrix} I_6(s) \\ I_5(s) \\ E_3(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 \\ 0.5(1-s-\frac{1}{s}) \\ 0.5s \end{bmatrix} U(s).$$

Determinando-se:

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} xxx & xxx & xxx \\ xxx & xxx & xxx \\ 0 & \frac{-2s}{s^2-s-1} & 0 \end{bmatrix},$$

obtem-se a função de transferência desejada:

$$E_3(s) = \left(\frac{s^2-s+1}{s^2-s-1} \right) U(s).$$

b) A resposta ao impulso é obtida calculando-se a seguinte transformada inversa de Laplace:

$$L^{-1} \left(\frac{s^2-s+1}{s^2-s-1} \right).$$

Para tal expande-se a função racional em frações parciais e determina-se a transformada inversa de cada fração com ajuda da tabela de transformadas.

A resposta ao degrau é obtida de forma semelhante calculando-se a transformada inversa de Laplace de:

$$L^{-1} \left(\frac{s^2-s+1}{s^3-s^2-s} \right).$$