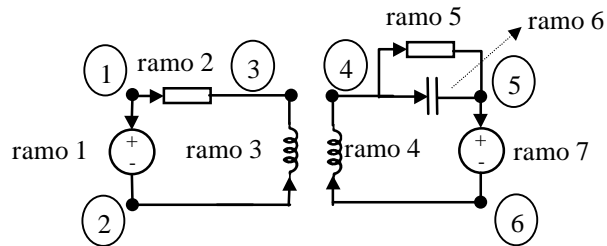
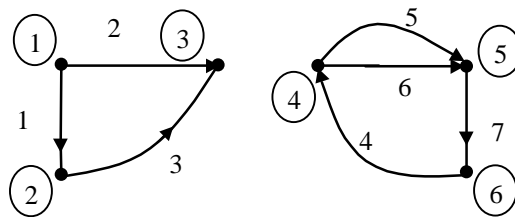


Solução do exercício 3 - Capítulo 1

a) Abaixo encontra-se a Figura 1.14 com nomes para nós e ramos.



Observação: Os nomes dos nós e ramos, bem como o sentido das setas poderiam ser escolhidos de forma diferente. O dígrafo correspondente à figura acima é:

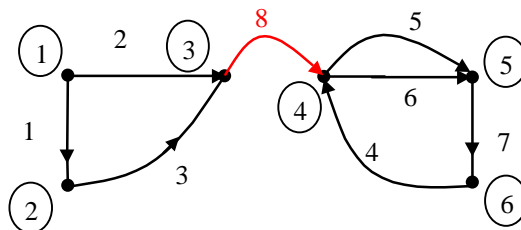


A matriz de incidência vale:

$$A_a = \begin{array}{l} \text{ramos} \rightarrow \\ \text{nó 1} \\ \text{nó 2} \\ \text{nó 3} \\ \text{nó 4} \\ \text{nó 5} \\ \text{nó 6} \end{array} \begin{array}{c} \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{matrix} \\ \left[\begin{array}{ccccccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{array} \right] \end{array}$$

b) Suprimindo-se qualquer uma das três linhas iniciais de A_a , a última linha continua sendo combinação linear da penúltima e da antepenúltima. Suprimindo-se qualquer uma das três últimas linhas de A_a , a primeira linha continua sendo combinação da segunda e da terceira.

c) O dígrafo acima pode ser conectado ligando os nós 3 e 4 por meio de um ramo adicional, que pode ser chamado de ramo 8. Existem, naturalmente, outras formas de conectar o dígrafo, ligando dois outros nós quaisquer dos dois subgrafos conectados formados pelos nós 1, 2, 3 e 4, 5, 6 respectivamente. O resultado da conexão proposta é



A nova matriz de incidência é:

$$A_a = \begin{array}{l} \text{ramos} \rightarrow \\ \text{nó 1} \\ \text{nó 2} \\ \text{nó 3} \\ \text{nó 4} \\ \text{nó 5} \\ \text{nó 6} \end{array} \begin{array}{c} \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{matrix} \\ \left[\begin{array}{cccccccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{array} \right] \end{array}$$

Suprimindo agora uma linha qualquer desta nova matriz de incidência A_a , as linhas remanescentes são linearmente independentes.

d) Uma matriz de incidência reduzida A pode ser obtida, por exemplo, suprimindo a sexta linha de A_a , o que corresponderia à escolha do nó 6 como nó de referência. Neste caso as equações que resultam das leis de Kirchhoff são $Av = 0$ e $v = A^T e$, onde

$$v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ v_7 \\ v_8 \end{bmatrix}, \quad i = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \\ i_7 \\ i_8 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad e = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \\ e_5 \end{bmatrix}$$

são os vetores das tensões e correntes de ramo e das tensões dos nós (em relação à referência), respectivamente.